Arnold REYMOND

Professeur de philosophie à l'Université de Neuchâtel.

HISTOIRE

DES

SCIENCES EXACTES ET NATURELLES

DANS

L'ANTIQUITÉ GRÉCO-ROMAINE

Exposé sommaire des Écoles et des Principes

Avec une Préface
de M. L. BRUNSCHVICG,
Membre de l'Institut

PARIS
LIBRAIRIE SCIENTIFIQUE ALBERT BLANCHARD
3 et 3bis, Place de la Sorbonne

1924

HISTOIRE DES SCIENCES
EXACTES ET NATURELLES
DANS L'ANTIQUITÉ GRÉCO-ROMAINE

PRÉFACE

L'heureuse organisation des études supérieures à l'Université de Neuchâtel a donné à M. Arnold Reymond l'occasion de professer, durant de longues années, l'histoire des sciences dans un cours suivi aussi bien par les élèves de la *Faculté des Lettres* que par leurs camarades de la *Faculté des Sciences*. La partie de ce cours relative à l'antiquité fait l'objet de la présente publication. Les mérites en sont trop apparents, et aussi trop réels, pour qu'il ne soit pas superflu d'y insister. Dès les premières pages de son livre, on voit avec quelle maîtrise M. Reymond s'est dégagé des controverses d'érudition que l'historien lui-même doit avoir traversées pour gagner l'accès de vérités aujourd'hui si profondément cachées, avec quelle probité dans les références, quelle sûreté dans le choix du détail, il retient, de la façon la plus simple et la plus claire, ce qui peut effectivement nourrir l'esprit du lecteur, l'aider à restaurer, dans sa profondeur et dans son intégrité, cette première civilisation occidentale dont une tradition purement littéraire risque de mutiler et de fausser la perspective.

Plusieurs des grands noms de la science sont aussi des grands noms de la philosophie. Il y a lieu pourtant de distinguer entre le travail d'ordre proprement scientifique et les spéculations de portée universelle. M. Reymond s'est appliqué à préciser la distinction, à se maintenir, autant qu'il était possible, en deçà de la barrière philosophique, de façon à ce que son livre, loin de faire double emploi avec les études classiques sur la philosophie ancienne, en particulier avec l'excellent ouvrage sur *la Pensée Grecque*, de mon collègue et ami, M. Léon Robin, puisse leur servir d'introduction. Mais en même temps, et comme il joint la compétence du philosophe à celle du savant, il a su situer l'exposé technique dans l'atmosphère convenable à faire ressortir l'orientation de la science hellénique, la courbe de sa croissance et de sa destinée.

Le contenu des sciences ne se confond pas avec leur domaine. Celui-ci est formé de l'ensemble des questions étudiées par des hommes qui s'appellent savants, tandis que celui-là comprend seulement celles de ces questions qu'ils sont parvenus à résoudre. Le contenu de la science grecque est extrêmement réduit relativement au domaine que les savants de l'antiquité ont exploré. Mais, à l'intérieur de ce contenu, l'esprit humain est arrivé à la rigueur de la démonstration ; il a conféré au vrai les caractères de certitude et de sécurité sans lesquels l'appel à la vérité n'est que le masque de la paresse ou de la présomption. Ainsi que M. Reymond en fait la remarque, la prétention à l'universelle infaillibilité trouvait à se satisfaire sans peine et sans résistance sur le plan de la mentalité primitive, qui rapporte l'incohérence apparente des phénomènes au caprice fondamental de puissances invisibles. C'est un tout autre genre d'infaillibilité que le génie hellénique a saisi lorsqu'il a constitué la méthodologie de la preuve mathématique.

Le succès de cette méthodologie a d'ailleurs eu sa contre-partie. Il s'est accompagné d'une solidarité intime entre la logique et la mathématique, qui n'a été rompue qu'avec le cartésianisme. Or, cette solidarité, à laquelle nous devons deux chefs-d'œuvre : les *Analytiques* d'Aristote et les *Eléments* d'Euclide, devait rendre la science grecque timide devant ses propres conquêtes. L'ombre illusoire de Zénon d'Elée pèsera, M. Reymond y insiste avec beaucoup de raison, sur le génie d'Archimède; elle l'empêchera de donner au maniement intellectuel de l'infini ce que nous savons aujourd'hui qu'il comportait d'évidence positive et de fécondité pratique. D'autre part, l'astronomie de position, science purement mathématique, est subordonnée à une astrologie qui semblait explicative parce qu'elle remplissait entièrement les cadres préparés par le verbalisme des catégories aristotéliciennes.

La science antique a donc manqué cela même qui nous apparaît aujourd'hui comme la condition du savoir : la connexion du mathématique et du physique, du calcul et de l'expérience. De là dépendent vingt siècles de l'histoire. Rome demeure totalement indifférente à la vertu spéculative, purement désintéressée, que Pythagoriciens et Platoniciens exaltaient dans la recherche mathématique. Elle borne délibérément l'horizon de la science au souci d'utilisation immédiate, ainsi que le montre un texte presque tragique de Cicéron, cité par M. Reymond. La décadence spirituelle liée au triomphe de l'impérialisme romain ne prit fin qu'à la Renaissance, lorsque des savants hellénisants rouvrirent le livre de la science exacte à la page où les Grecs de Syracuse et d'Alexandrie l'avaient laissé interrompu.

La méditation d'un tel spectacle fait pressentir les services qu'on peut attendre d'un ouvrage d'initiation aussi habilement adapté à son objet que celui que nous avons l'honneur de présenter au public français. Grâce à lui nos lettrés auront le moyen de compléter et de rectifier leur connaissance de l'antiquité, en l'appuyant à une intelligence de la substructure mentale qui leur permettra enfin d'apprécier l'ordonnance et la solidité de tout l'édifice. Mais il s'adresse aussi à nos jeunes savants. Faute d'institutions officielles en harmonie avec une vue d'ensemble du savoir humain, ils sont, pour la plupart, laissés dans l'ignorance de l'histoire scientifique, incapables de suivre la voie ouverte par nos compatriotes : Paul Tannery, Pierre Duhem, Gaston Milhaud, Pierre Boutroux, dont les admirables travaux sont si souvent rappelés par M. Reymond. La considération du passé semble abandonnée aux amateurs de phrases, aux dévots du *Verbum oratio*, qui ne peuvent se faire de l'humanisme qu'une idée superficielle et presque caricaturale, mais dont l'influence, prépondérante dans des assemblées où l'on gouverne par la parole, oriente notre pédagogie au rebours des besoins de notre civilisation et de notre pays. La génération présente souffre cruellement de n'avoir pas entendu Pierre Curie, suppliant *que l'enseignement des sciences soit l'enseignement dominant des lycées de garçons et de jeunes filles* (1). Mieux avertis de leur propre histoire, les représentants futurs de la science comprendront, et feront comprendre autour d'eux, que ceux là seuls dont les œuvres attestent la sincérité de leur attachement au *Verbum ratio*, sont les héritiers légitimes de la sagesse hellénique sous sa forme véritable et la plus véritablement belle.

LÉON BRUNSCHVICG.

(1) Pierre Curie, par Madame Curie, Paris, Payot 1924, p. 98.

INTRODUCTION

L'ÉGYPTE ET LA CHALDÉE

Les renseignements que la Grèce ancienne nous a laissés sur les connaissances scientifiques des peuples orientaux se réduisent à peu de choses. Les traditions rapportées par Hérodote, Diodore de Sicile et Strabon, restent fragmentaires et sujettes à caution (1) ; il en est de même des explications que des géomètres tels que Proclus tentent de donner pour déterminer l'apport de ces peuples dans les divers domaines de la science.

Des informations plus directes et plus sûres nous ont été fournies au XIX[e] siècle par l'archéologie et l'étude raisonnée des monuments.

Les dessins et les peintures qui figurent sur les murailles des temples ou des tombeaux sont des indices précieux. Ces dessins nous apprennent que les Egyptiens savaient, par exemple, tracer pratiquement un hexagone, mais non un pentagone. La décoration inachevée d'une chambre funéraire révèle un emploi, pratique également, des proportions et de la similitude. La muraille à décorer et l'image-modèle qui figure sur celle-ci sont en effet divisées par des lignes paral-

(1) G. Jéquier, *Histoire de la civilisation égyptienne*, 2e édit., Payot, Paris 1923, avec une bibliographie systématique des principaux ouvrages concernant l'égyptologie.

lèles en un même nombre de carrés et dans chaque carré de la muraille se trouvent reproduites les formes et les couleurs du carré correspondant de l'image-modèle (1).

Enfin la forme, l'orientation et la construction de monuments tels que les pyramides témoignent de connaissances pratiques assez précises en géométrie, en mécanique et en astronomie.

Quant aux renseignements fournis par les hiéroglyphes et les cunéiformes, ils se réduisent à peu de choses. Le seul document de quelque importance est un manuel de calcul dont l'auteur est le scribe Ahmès et qui fut probablement écrit entre 1700 et 1750 avant J.-C. (2).

Ainsi vu la pauvreté des renseignements dont on dispose, l'on en est réduit la plupart du temps à des conjectures, en ce qui concerne les connaissances scientifiques des Egyptiens et des Chaldéens. Ce qui est en tout cas certain, c'est que ces connaissances restent dominées par des besoins d'ordre pratique ou religieux.

§ 1. — Les sciences mathématiques

L'*arithmétique* théorique fut peu développée chez les Egyptiens comme chez les Chaldéens.

Pratiquement et pour compter l'on se servait d'abaques qui par leur disposition rappellent les bouliers autrefois en usage dans les écoles enfantines (3).

Comme numération écrite, les Egyptiens employaient le système suivant. Un signe spécial représentait l'unité, un autre signe marquait la dizaine et ainsi de suite. Dès lors,

(1) 29 Zeuthen, *Histoire des mathématiques*, p. 5.

(2) Ce document (papyrus Rhind du British Museum) a été traduit en allemand et étudié par A. Eisenlohr : *Ein mathematisches Handbuch der Alten Aegypter*. 2 vol. Leipzig, 1877. Cf. 22 Milhaud, *Nouvelles Etudes*, p. 58. Il existe à Moscou, s'il n'a pas été détruit ces dernières années, un autre papyrus géométrique important qui n'a pas été encore étudié et dont on ne possède aucune copie.

(3) 23 Rouse Ball, *Histoire des mathématiques* I, p. 3 et 132.

si l'on avait à écrire le chiffre 23, il fallait répéter trois fois le signe représentant l'unité et deux fois celui de la dizaine (1). Ce procédé compliquait singulièrement les écritures. Il était d'autant plus incommode que les Egyptiens n'avaient pas nos méthodes abrégées de multiplication et de division. Pour eux la multiplication se ramenait à une série d'additions et la division à des soustractions répétées.

Une dernière cause de complication dans les calculs provenait de la manière dont on envisageait les fractions. L'idée de fraction a dû naître de très bonne heure dans l'esprit de l'homme. Elle s'est imposée à lui, sitôt qu'il a su mesurer un champ, car il est bien rare que l'unité de mesure choisie se trouve comprise un nombre de fois exact dans les objets matériels. Cela étant, l'idée de fraction ordinaire peut être conçue de deux façons.

L'on peut procéder comme nous le faisons. Dans ce cas, l'unité est sous-entendue dans le dénominateur qui indique en combien de fois elle est divisée ; le numérateur désigne alors la somme des parties ainsi obtenues que l'on veut considérer. Ecrire, par exemple, $\frac{4}{7}$ c'est dire que des 7 parties de l'unité on n'envisage que la somme de 4 d'entre elles.

Cela étant, additionner ou soustraire deux fractions différentes ne présente aucune difficulté. Il suffit de réduire ces fractions au même dénominateur, c'est-à-dire au même diviseur de l'unité, puis d'ajouter ou de retrancher les numérateurs et le problème est résolu.

Mais on peut, et c'est ce que faisaient les Egyptiens, considérer une fraction comme représentant toujours une partie de la même unité. Dans ce cas les fractions auront toujours 1 pour numérateur, le dénominateur indiquant comme précédemment le nombre des parties qui divisent l'unité.

Dès lors, ce que nous énonçons comme une fraction ordinaire, $\frac{2}{29}$ par exemple, apparaissait aux Egyptiens comme

(1) 22 MILHAUD, *Nouvelles Etudes*, p. 51.

un problème, à savoir : à quelle somme de fractions de l'unité équivaut la division de 2 par 29 ? Ils montraient que cette somme était égale à

$$\frac{1}{24}+\frac{1}{58}+\frac{1}{174}+\frac{1}{232}.$$

Lorsque le nombre à diviser était supérieur à 2, par exemple $\frac{7}{29}$ les Egyptiens le décomposaient de la façon suivante :

$$\frac{7}{29}=\frac{1}{29}+\frac{2}{29}+\frac{2}{29}+\frac{2}{29}.$$

En remplaçant $\frac{2}{29}$ par la valeur trouvée plus haut, des simplifications peuvent être opérées et l'on obtient finalement :

$$\frac{7}{29}=\frac{1}{6}+\frac{1}{24}+\frac{1}{58}+\frac{1}{87}+\frac{1}{232}.$$

Le manuel du scribe Ahmés donne une table de réduction de toutes les fractions ayant pour numérateur 2 et pour dénominateur les nombres impairs de 3 jusqu'à 99, soit $\frac{2}{2n+1}$ (où n prend les valeurs successives de 1 à 49) (1).

Par quel procédé cette table a-t-elle pu être obtenue ? C'est ce qu'il est difficile de dire, les renseignements faisant défaut sur ce point.

D'après M. Zeuthen l'opération fut à l'origine purement empirique (2).

Soit la fraction $\frac{2}{5}$ dont nous représenterons le numérateur par la longueur ab et le dénominateur par la longueur ac

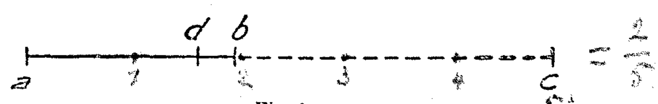


Fig. 1.

Prenons d'autre part un cordeau, égal à ac, que nous pou-

(1) 9 Cantor, *Geschichte der Math. I*, p. 25.
(2) 30 Zeuthen, *Math. Wissensch.*, p. B 19.

vons replier sur lui-même de manière à en avoir la moitié, le tiers, etc.

Si l'on reporte sur *ac* la moitié de ce cordeau, on tombe au-delà du point *b*. Si l'on en choisit le tiers, l'on tombe en deçà, au point *d*. Il reste encore une longueur *db* qui, reporte 15 fois, équivaut à la longueur totale du cordeau. Donc

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}.$$

On peut se demander toutefois si ce procédé permettait toujours d'arriver aux résultats rigoureux que la tabelle de réduction nous fait connaître.

Quoiqu'il en soit, l'usage d'exprimer les quantités fractionnaires par une somme de fractions ayant toutes l'unité pour numérateur persista chez les Grecs jusqu'au VI^e^ siècle de notre ère.

Cet usage du reste facilitait le traitement de certains problèmes qui, pour nous, se ramènent à la résolution d'une équation numérique. Tel est le suivant, proposé par Ahmés : Trouver un nombre tel que ce nombre, augmenté de son septième, soit égal à 19. La réponse donnée : $16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$ est exacte (1).

Les tablettes de Senkereh découvertes en 1854 dans la bibliothèque de Sardanapale IV prouvent à l'évidence que les Chaldéens, à côté du système décimal, utilisaient un système sexagésimal fort avancé reposant sur le principe de la valeur de position des chiffres (2).

Ces tablettes en effet, prenant pour unité de base la soixantaine, nous donnent une liste de carrés et de cubes dont voici un exemple :

1.4 (c'est-à-dire $60 + 4$) est le carré de 8,
1.21 (» $60 + 21$) » 9.

(1) 20 Zeuthen, *Histoire des mathématiques*, p. 8. — 6 Boyer, *Histoire des mathématiques*, p. 4.
(2) 22 Milhaud, *Nouvelles Etudes*, p. 54.

Dans des inscriptions plus récentes, on constate même qu'une place vide et quelquefois même un signe spécial marquent le chiffre 0, lorsque cela est nécessaire (1).

La règle de position qui caractérise notre arithmétique était donc nettement connue des Chaldéens et il est bien curieux, vu ses avantages pratiques, qu'elle n'ait point passé dans la science gréco-romaine.

Comment les Chaldéens ont-ils été amenés à choisir la division sexagésimale à côté du système décimal ? (2). Est-ce parce qu'ils divisaient primitivement l'année en 360 jours? Ou bien désiraient-ils avoir pour nombre fondamental le nombre $2^2.3.5$ qui est divisible par la plupart des petits nombres d'un usage constant ? Ou bien encore est-ce parce que l'hexagone, inscrit dans un cercle, le divise en 6 parties égales ? (3).

Il est bien difficile de décider entre ces diverses hypothèses.

On le voit, nos connaissances sur l'arithmétique des peuples orientaux se ramènent à peu de choses. Il en est de même en ce qui concerne la *géométrie*.

Cette science, d'après la tradition constante des écrivains grecs (4) aurait pris naissance sous l'influence de besoins exclusivement pratiques. Ce furent les débordements du Nil qui conduisirent les Egyptiens à s'occuper de géométrie; car, une fois les inondations passées, on s'efforçait de restituer à chaque cultivateur les limites de ses champs. De là, la nécessité d'un arpentage exact.

Les formules utilisées restent cependant purement empiriques et sont loin d'être toujours rigoureuses.

Par exemple, pour évaluer la surface d'un quadrilatère, les Egyptiens se bornent à faire le produit des demi-sommes des côtés opposés ; pour calculer l'aire d'un cercle ils emploient une valeur de π, égale à 3,1604 au lieu de 3,1415...

(1) 30 Zeuthen, *Math. Wissensch.*, p. 12 B.
(2) 30 Zeuthen, *Math. Wissensch.*, p. B 13.
(3) 29 Zeuthen, *Histoire des mathématiques*, p. 7.
(4) Voir en particulier Proclus, *Com. Eucl. I.*, p. 64, 18.

Ils savaient toutefois que si les côtés d'un triangle sont respectivement 5, 4, 3, ce triangle est rectangle et ils utilisaient cette propriété pour élever sur le terrain une perpendiculaire à une droite.

Dans ce but, ils se servaient d'un cordeau divisé par deux nœuds en longueurs égales à 5, 4 et 3 ; ils faisaient coïncider au moyen de chevilles la longueur 4 avec la droite à l'extrémité de laquelle la perpendiculaire devait être élevée; puis ils ramenaient, en les tenant toujours tendues, les longueurs 5 et 3 de manière à en joindre les extrémités (1).

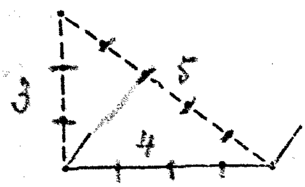


Fig. 2.

C'est pour cela que les géomètres égyptiens étaient appelés *harpedonaptes*, ce qui signifie tireurs au cordeau (2).

Il semblerait aussi que les Egyptiens, de même que les

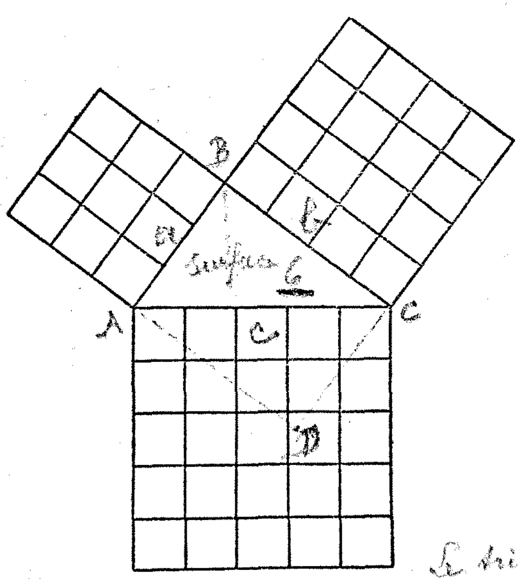


Fig. 3.

Le triangle rectangle est en effet la moitié du rectangle ABCD qui a pour surface 3 X 4 = 12

(1) 22 MILHAUD, *Nouvelles Etudes*, p. 66.
(2) CLÉMENT d'Alexandrie, édit. Pottier, p. 357.

surface 6^3 = 6 X 6 X 6 = 216
c = 3 X 3 X 3 = 27
= 4 X 4 X 4 = 64
= 5 X 5 X 5 = 125
216

Hindous, aient découvert, avant Pythagore, la relation qui unit les surfaces des carrés construits sur les côtés d'un triangle rectangle.

Toutefois la démonstration qu'ils donnaient de cette relation devait être purement intuitive et empirique ; elle consistait probablement à décomposer les carrés construits en carrés plus petits et tous égaux entre eux et à constater une égalité de sommes : $25 = 16 + 9$ (fig. 3). Cette démonstration ne pouvait donc s'appliquer à un triangle rectangle quelconque. Elle supposait expressément que les côtés du triangle étaient dans un certain rapport de nombres entiers, 3, 4, 5 par exemple (1). (3)

On peut enfin se demander si la construction des pyramides et des temples n'exigeait pas des connaissances théoriques plus avancées que celles que nous attribuons aux Egyptiens. M. Milhaud a montré excellemment que ce n'était pas le cas (2).

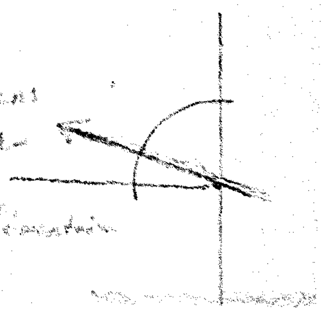
Tandis que les Egyptiens ignoraient l'art de calculer un angle, ce fut cette branche des mathématiques qui intéressa surtout les Chaldéens. Pour ces derniers en effet, la position et la marche des astres (des planètes spécialement) avaient un intérêt capital, puisque cette marche influençait les destinées des peuples comme des individus.

Il fallait donc savoir mesurer exactement et à chaque instant les positions relatives des planètes et des étoiles, ce qui est impossible sans le secours des angles et de leurs propriétés.

Pour mesurer les grandeurs angulaires, les Chaldéens eurent l'idée géniale, comme nous l'avons vu, de diviser la circonférence en 360 parties. Dès lors, pour évaluer la hauteur d'un astre dans le ciel, il aurait suffi, semble-t-il, de fixer perpendiculairement à un plan horizontal le quart d'une circonférence graduée et munie d'un rayon mobile. En visant l'astre au moyen de ce rayon, on aurait trouvé un écartement

(1) 22 Milhaud, *Nouvelles Etudes*, p. 108.
(2) Id., p. 75 et sq.

(3) Ce triangle, considéré par les anciens comme le triangle par excellence, a pour surface 6, et le cube de cette surface est égal à la somme des cubes des côtés. (Géométrie élémentaire par Ch. Cumbiès page 113)



angulaire qui correspondait à la hauteur cherchée. Chose curieuse cependant, c'est à d'autres procédés, comme nous le verrons, que les Chaldéens eurent recours pour fixer la position des astres. Le défaut de trigonométrie ne poussait pas les astronomes à la mesure directe des angles (1).

En résumé les caractères qui distinguent les mathématiques égyptiennes des mathématiques chaldéennes répondent à une diversité de préoccupations dans l'usage qui était fait de cette science. Ce même caractère distinctif se retrouve dans l'astronomie.

§ 2. — Les sciences astronomiques

En relation avec les crues annuelles du Nil, les Egyptiens attachèrent une importance capitale à la détermination exacte du retour périodique des saisons et des fêtes religieuses qui le célébraient et ils ont poussé très loin leurs observations sur la mesure du temps.

Aussi loin que l'on remonte dans le cours de l'histoire de l'Egypte, on constate que l'année y est toujours divisée en 12 mois de 30 jours chacun, plus 5 jours supplémentaires; mais il est probable que primitivement l'année ne comptait que 360 jours, si l'on en croit la tradition suivante rapportée par Plutarque (2). Saturne ayant épousé secrètement Rhéa, le Soleil défendit à cette dernière d'accoucher dans le courant d'un mois ou dans celui d'une année. Hermès, le serviteur dévoué de la déesse, joua aux dés avec la Lune et lui gagna la 72e partie de chaque jour ; il constitua ainsi un total de 5 jours supplémentaires durant lesquels Rhéa put mettre au monde son enfant.

Les Egyptiens avaient ainsi constaté, à une époque très reculée, que la période de 360 jours pour une année est trop courte. Ils reconnurent également que celle de 365 jours ne

(1) 2 Bigourdan, *Astronomie*, p. 107

(2) *De Iside et Osiride*, ch. 22 (18 Maspero, *Histoire Ancienne*, p. 80).

suffisait pas non plus et devait être portée à 365 jours et 1/4 environ.

En effet si le soleil s'est levé une fois, le premier jour de l'an, en même temps que Sirius, l'année suivante à pareille époque, le lever de Sirius se produira 6 heures après celui du soleil, et au bout de 4 ans un jour après. Il faudra donc $365 \times 4 = 1460$ pour que, le premier jour de l'an, les levers du Soleil et de Sirius coïncident de nouveau.

Cette période de 1460 ans est la célèbre période sothiaque (Sothis étant le nom égyptien de Sirius) qui donnait lieu à de grandes fêtes religieuses.

La précision de ces calculs peut étonner au premier abord; elle pouvait s'effectuer cependant par des instruments très simples (1).

Tandis que les Egyptiens se préoccupaient ainsi de la marche du soleil, les Chaldéens étudiaient avec soin les mouvements des planètes, car à chacun de ces mystérieux mouvements est lié le sort des destinées humaines.

Favorisés par des conditions atmosphériques exceptionnelles, ils poussèrent très loin leurs observations. Ils reconnurent bien vite que les planètes, le soleil et la lune parcourent sensiblement la même région du ciel, à savoir le zodiaque ou plan de l'écliptique.

Ainsi « en conséquence de leurs idées astrologiques, les Chaldéens, au lieu de rapporter les étoiles ou les positions des planètes à l'équateur, les ont rapportées au cercle moyen du zodiaque et cette circonstance a eu une importance historique capitale parce que, quand les Grecs héritèrent de la science chaldéenne, Hipparque put, dès lors, reconnaître la précession des équinoxes. Il est clair que, si le système des coordonnées par ascensions droites et déclinaisons avait alors dominé, la loi complexe des variations de ces coordonnées n'aurait pu être reconnue » (2).

(1) 22 MILHAUD, *Nouvelles Etudes*, p. 89.
(2) Paul TANNERY, *La Grande Encyclopédie*, article : *Astronomie*.

On sait en effet qu'en vertu de la précession, tout se passe comme si l'axe de la terre décrit un cône de révolution et emploie pour le décrire une période de 26000 ans. Il en résulte que le pôle Nord se déplace lentement dans le ciel et que chaque année le plan de l'équateur coupe celui de l'écliptique en un point légèrement différent de celui où il le coupait l'année précédente à la même époque (1).

Les Grecs du reste ne niaient pas avoir emprunté aux Chaldéens l'idée du zodiaque et celle des configurations animales qui le divisent en 12 régions. « Eux-mêmes reconnaissent les poissons de l'Euphrate dans leur signe des Poissons. Mais, dans la suite, ils rattachèrent toutes ces constellations à leur mythologie nationale, et rendirent ainsi méconnaissables les caractères exotiques primitifs qui en auraient décelé l'origine » (2).

Quoiqu'il en soit, c'est en utilisant le cercle zodiacal que les astronomes de la Chaldée purent prédire avec plus ou moins d'exactitude les éclipses de lune et de soleil. Ils remarquèrent que l'orbite décrite par la lune est légèrement inclinée sur ce cercle et le coupe en deux endroits, appelés nœuds, ou encore tête et queue du dragon, parce que c'est toujours en ces deux endroits que se produisent les éclipses de lune ou de soleil. En regardant la position de ces nœuds par rapport aux étoiles fixes, ils purent constater que ceux-ci se déplacent peu à peu sur le cercle zodiacal et reviennent à leur position primitive au bout d'un certain cycle de lunaisons.

Ayant noté d'autre part la succession des éclipses qui s'étaient produites durant ce cycle, il leur était possible d'en prédire le retour.

Il est probable toutefois qu'un calcul de ce genre ne

(1) Le fait suivant illustre ce déplacement progressif. Si le Bélier occupe le premier rang dans la nomenclature de nos signes zodiacaux, c'est qu'au moment où ceux-ci furent dessinés, le Soleil entrait dans la constellation du Bélier à l'équinoxe du printemps. Maintenant, grâce à la précession des équinoxes, il n'y arrive qu'en avril. C. Flammarion, *Initiation astronomique*, Hachette, Paris, 1908, p. 147.

(2) 2 Bigourdan, *Astronomie*, p. 21.

remonte pas au-delà du IIe ou du IIIe siècle avant J.-C. et qu'en particulier, avant cette époque, les Babyloniens ont ignoré le cycle dit de Saros.

Auparavant la prédiction des éclipses de lune, tout au moins, pouvait se faire par des moyens très simples, grâce à des circonstances spécialement favorables, qui reviennent périodiquement au cours des siècles.

De 755 à 432 avant J.-C. en effet les éclipses se succèdent en séries qui sont alternativement de 5 et de 6. Dans chaque série les éclipses se produisent de 6 en 6 mois et les séries elles-mêmes sont séparées par un intervalle de 17 lunaisons (1).

On put ainsi faire des prévisions à courte échéance qui expliquent bien ce que l'on trouve dans les tablettes cunéiformes.

En ce qui concerne les instruments d'observation, nous sommes fort peu renseignés.

Les Chaldéens ont certainement fait usage du gnomon qui paraît être le plus ancien instrument utilisé pour étudier le mouvement des astres, car il est partout cité avant tous les autres, chez les Chinois comme chez les Chaldéens, chez les Grecs comme chez les Incas.

C'est du reste un instrument merveilleux de simplicité, puisqu'il se compose d'un style vertical reposant sur un plan horizontal. En reproduisant la marche du soleil, l'extrémité de l'ombre projetée par le style permet de diviser le jour (2).

Au premier abord la précision fournie par le gnomon semble augmenter avec la longueur de l'ombre, par suite avec celle du style; mais en réalité l'image du soleil n'est pas très nette à cause de la pénombre (3).

De plus, comme la longueur et même la direction de

(1) 2 Bigourdan, *Astronomie*, p. 34.
(2) 24 Sageret, *Système*, p. 95.
(3) Pour remédier à cet inconvénient Facundus Novus eut l'idée sous Auguste de fixer une boule sur la pointe du gnomon. Pline. XXXVI, 72.

l'ombre varient pour une même heure suivant des jours différents, il fallait avoir recours à des sortes de barèmes qui, mois par mois, donnaient la proportion de l'ombre aux différentes heures.

Aussi le gnomon à style vertical fut-il plus tard remplacé par un gnomon dont le style était incliné vers le pôle. On n'avait plus alors à considérer que la direction de l'ombre, pour repérer commodément les heures (1).

Outre le gnomon, les Chaldéens employaient le polos. Le polos est une moitié de sphère creusée dans un bloc de pierre ou de métal, au fond de laquelle est planté un style dont l'extrémité arrive exactement au centre de la sphère (2). De là le nom de scaphé (barque) donné par les Grecs au polos.

La division des heures, représentées par les méridiens de l'hémisphère, reste la même pour toutes les époques de l'année. Les courbes d'ombre, en latitude, balaient une zone dont la largeur correspond à la différence des ombres projetées au solstice d'été et au solstice d'hiver.

L'on avait ainsi une représentation exacte de la marche du soleil, « l'ombre de la pointe du style se meut à l'intérieur du polos comme le soleil se meut dans les cieux ; mêmes direction et vitesse angulaires à chaque instant ; il n'y a que le sens du mouvement qui soit inversé » (3).

Pour mesurer le temps pendant la nuit, les Chaldéens eurent primitivement recours à la clepsydre et c'est par son moyen probablement qu'ils divisèrent le zodiaque en 12 régions égales (4).

Plus tard, en combinant le polos avec une sorte de sphère armillaire, ils purent préciser leurs mesures nocturnes et voici comment (5).

Imaginons une sphère ajourée, faite de bandes métal-

(1) 2 BIGOURDAN, *Astronomie*, p. 92 et sq.
(2) 24 SAGERET, *Système*, p. 106.
(3) 24 SAGERET, *Système*, p. 106.
(4) 2 BIGOURDAN, *Astronomie*, p. 95.
(5) 25 TANNERY, *Science hellène*, p. 84.

liques, par exemple, et qui représente la sphère céleste, spécialement la zone zodiacale avec ses principaux astérismes. Construisons cette sphère de façon qu'elle puisse se mouvoir à l'intérieur du polos et s'y ajuster exactement. Supposons que le zodiaque soit divisé en 360 degrés, suivant l'usage babylonien, et que l'on sache, la nuit où l'on fait une observation, le degré occupé par le soleil au moment de son coucher. « Qu'on observe alors, au moment pour lequel on veut savoir l'heure, les étoiles du zodiaque à l'horizon du levant, du couchant ou au méridien; on pourra amener dans la même position l'étoile figurée sur la sphère de l'instrument ; dès lors le degré où se trouve le soleil joue précisément le même rôle que l'ombre de l'extrémité du style pendant le jour, et sa position, par rapport aux lignes horaires tracées sur le polos, donne l'heure cherchée ».

Les Chaldéens parvenaient ainsi à résoudre par des procédés mécaniques les problèmes pour la solution desquels nous avons recours à la trigonométrie sphérique.

A force de patientes observations et malgré l'imperfection de leurs instruments, ils réussirent à amasser un nombre considérable de résultats, entre autres des éphémérides concernant le soleil, la lune et les principales planètes. Les tablettes de Cambyse, par exemple, donnent déjà un tableau des conjonctions de la lune avec les cinq planètes et celui des conjonctions des planètes entre elles. Le célèbre astronome Kidinnu avait calculé le mois lunaire synodique avec une exactitude étonnante, à une erreur de $0^{sec},4$ près (29 jours 12 heures 44 minutes 3,3 secondes au lieu de 2,9 secondes) (1).

Toutefois, au travers de toutes ces belles découvertes, les traits distinctifs de l'astronomie chaldéenne persistent; calculateurs et mercantiles, les Chaldéens se bornent à établir les tables numériques qui servent à leurs besoins astronomiques. Ils ne cherchent pas, comme les Grecs, à se repré-

(1) 2 Bigourdan, *Astronomie*, p. 217.

senter géométriquement les mouvements réels ou apparents qui expliquent les positions variables des astres dans la sphère céleste.

§ 3. — Les sciences physiques et naturelles

La technique industrielle des métaux et même des parfums paraît avoir atteint chez les peuples orientaux un développement remarquable. La *médecine* également, dans l'une de ses parties tout au moins.

Pour les Egyptiens en effet, le médecin doit remplir deux devoirs aussi importants l'un que l'autre. Il doit tout d'abord découvrir la nature et si possible le nom de l'esprit malfaisant qui par sa présence insolite dans l'organisme a causé la maladie; il doit ensuite s'attaquer à lui, le chasser et même le détruire. « Il n'y réussit qu'à la condition d'être un magicien puissant, expert à réciter des conjurations, habile à fabriquer des amulettes. Il doit ensuite combattre par la pharmacie les désordres que la présence d'un être étranger produit dans le corps : c'est affaire de régime et de remèdes finement gradués » (1).

Dans le traitement des maladies, la magie et les incantations jouaient donc le rôle principal. Quant aux médicaments, ils étaient de quatre sortes : pommades, potions, cataplasmes et clystères. Ils étaient composés d'un grand nombre de substances choisies dans tous les règnes de la nature (2).

La plupart des remèdes étaient censés avoir une origine divine ; les médecins égyptiens, qui dans leur grande majorité appartenaient à la classe sacerdotale, en complétaient l'usage par des recettes empruntées aux Phéniciens et aux Syriens ou recueillies au cours de leur pratique personnelle. Par ce moyen, l'expérience acquise ne se perdait plus et le

(1) *19* Maspero, *Lectures historiques*, p. 125.
(2) *18* Maspero, *Histoire Ancienne*, p. 84.

trésor de la science médicale s'accroissait de génération en génération.

De cette pratique médicale tout n'est pas à rejeter et la science moderne a montré que les remèdes composés d'excréments renferment de l'ammoniaque et peuvent être employés avec avantage dans certaines maladies. Toutefois, dans la médecine égyptienne ou chaldéenne on ne rencontre que recettes, procédés et formules de routine (1).

Dans le domaine des *sciences physiques* également, les cosmogonies orientales ne trahissent aucune recherche de conceptions systématiques. Pour les astronomes égyptiens et chaldéens le chaos primitif se débrouille par l'effet d'une volonté divine. Le ciel devient une masse liquide qui enserre la terre de toutes parts et repose sur l'atmosphère comme sur un fondement établi. C'est sur cet océan céleste que flottent les planètes et généralement tous les astres, navigant chacun dans sa barque à la suite d'Osiris. Une autre théorie, aussi répandue que la première, représentait les étoiles fixes comme des lampes suspendues à la voûte céleste qu'une puissance divine allumait chaque soir pour éclairer les nuits de la terre (2).

(1) Cette affirmation est peut-être trop absolue. Un papyrus récemment découvert par Edwin Smith et étudié par J.-H. Breasted (*Recueil Champollion*, 1922, p. 387-429) décrit et diagnostique par ordre, à partir de la tête, les principales maladies en indiquant les remèdes appropriés et les chances possibles de guérison.

(2) *18* Maspero, *Histoire Ancienne*, p. 78.

La science grecque et romaine

PREMIÈRE PARTIE

APERÇU HISTORIQUE

Caractères généraux

Parmi les problèmes que soulève la science grecque, il en est un de particulièrement délicat, c'est le problème relatif à son éclosion. Celle-ci a été certainement déterminée par le contact étroit que les habitants du bassin de la mer Egée avaient avec l'Orient, en particulier avec l'Egypte, et qui se manifestait par des transactions commerciales assez intenses. Les Grecs eux-mêmes sont unanimes à le reconnaître (légende de Cadmus, traditions rapportées par Hérodote et par Proclus dans ses *Commentaires au livre I d'Euclide*, etc.).

Mais en quoi consiste au juste l'influence de la pensée orientale sur la science grecque ? Celle-ci a-t-elle reçu de celle-là un simple amas de connaissances empiriques ou bien déjà en quelque mesure la direction rationnelle qui la caractérise ?

Les découvertes récentes concernant la civilisation minoenne sont venues compliquer encore ce problème. Les débris de cette civilisation semblent avoir subsisté, en dehors de la Grèce et de la Crète, quelque temps après les invasions doriennes (1). Ces débris joints aux matériaux importés de l'Orient ont-ils servi de base aux civilisations qui, au VIIIe siècle avant J.-C., refleurirent dans les régions côtières de l'Asie Mineure ? Il est difficile de le dire, les données historiques faisant défaut.

Il semble bien en tout cas que le rationalisme caractéristique de la science grecque appartienne en propre à cette dernière (2) ; en regard des connaissances empiriques et fragmentaires de l'Orient il constitue un miracle véritable. Pour la première fois l'esprit humain entrevoit la possibilité d'établir un nombre restreint de principes et d'en déduire un ensemble de vérités qui en sont la conséquence rigoureuse.

Cette conquête, sans analogue dans l'histoire de l'humanité, est d'autant plus surprenante que dans ses premiers débuts la science grecque est soumise à des conditions précaires d'existence. N'ayant aucune influence sur la vie économique, elle ne peut vivre qu'au sein des écoles philosophiques dont elle partage le sort et les vicissitudes. Elle se développe par bonds et d'une façon discontinue, en des contrées différentes, au gré des civilisations qui sporadiquement prennent naissance sur les bords de la Méditerranée.

Son premier berceau fut l'Ionie, intermédiaire obligé entre la Grèce et la civilisation orientale ; mais, à la suite des troubles politiques qui désolent cette contrée, la science grecque se transporte dans la Grande Grèce, au Sud de l'Italie.

C'est là que Pythagore et son école établissent d'une façon durable les bases des sciences géométriques et astronomiques telles que les Grecs les utiliseront dans la suite.

On sait comment du vivant même de Pythagore une révo-

(1) R. von LICHTENBERG, *Die aegäische Kultur*. Teubner, Leipzig, 1911. Voir également l'ouvrage si complet et si vivant que vient de publier G. GLOTZ : *La civilisation égéenne*, Renaissance du Livre, 1923, p. 445 et sq.

(2) 22 MILHAUD, *Nouvelles Etudes*, p. 99. — 25 TANNERY, *Science hellène*, p. 62. — 17 LORIA, *Science esatte*, p. 5.

lution démagogique met fin à l'école qu'il avait fondée sans compromettre toutefois l'existence de ses doctrines.

Celles-ci subsistent en partie dans la Grande Grèce où elles excitent la dialectique subtile de Zénon d'Elée. Elles se réfugient d'autre part en Grèce et dans les contrées soumises à l'influence grecque. Elles contribuent ainsi à fonder de nouveaux foyers de vie scientifique entre autres à Athènes, à Cyrène sur la côte africaine, à Cyzique sur les bords de la mer de Marmara.

A partir du IVᵉ siècle avant J.-C. la Grèce perd son indépendance économique et politique. Les conquêtes d'Alexandre ont pour effet de transporter l'activité scientifique soit en Egypte, à Alexandrie, soit avec moins d'éclat à Pergame, en Asie Mineure.

Enfin lorsque l'empire romain est définitivement établi au premier siècle de l'ère chrétienne, Rome et Athènes s'imposent comme soutiens des sciences au même titre qu'Alexandrie.

Grâce à la révolution religieuse et politique, accomplie par Constantin, l'Orient héllénisé retrouve une indépendance et une vitalité qui font défaut à l'Occident latin; les sciences toutefois périclitent. C'est l'âge de la décadence ou mieux encore selon l'expression de P. Tannery, l'âge des commentateurs (1).

Cela étant, on peut grouper en trois périodes assez nettement distinctes le développement des sciences grecques et romaines.

1° Une période *hellène* (des origines aux conquêtes d'Alexandre, soit de 650 à 300 avant J.-C.).

2° Une période *alexandrine* (de la dynastie des Ptolémées, 300 environ, jusqu'à l'ère chrétienne).

3° Une période *gréco-romaine* (de l'ère chrétienne jusque vers le milieu du VIᵉ siècle).

(1) 25 TANNERY, *Science hellène*, p. 7.

CHAPITRE PREMIER

Période hellène

(De l'an 650 *à* 300 *avant J.-C.)*

Les débuts de cette période sont marqués par un mélange très étroit des préoccupations scientifiques, cosmogoniques et philosophiques.

Si l'on en croit Hegel, ces préoccupations se seraient manifestées sous forme de thèse, d'antithèse et de synthèse relatives au problème du devenir.

La réalité historique ne correspond pas à cette brillante conception. En fait et dès son apparition la pensée philosophique grecque trahit diverses tendances plus ou moins opposées qui souvent s'ignorent les unes les autres. Ce n'est pas un problème unique qui la préoccupe, mais bien plutôt un ensemble de questions plus ou moins disparates, concernant l'origine et le but de l'Univers.

D'emblée, on voit s'affirmer trois tendances qui persisteront au travers des siècles jusqu'à nos jours. L'école, dite *ionienne*, s'adresse aux phénomènes extérieurs pour y trouver l'explication dernière de la réalité. A peu près à la même époque l'école *pythagoricienne*, au sud de l'Italie, cherche au contraire cette explication dans le nombre, principe abstrait qui n'est pas fourni directement par les sens. *Héraclite* enfin estime que le devenir instable est la substance même du réel et que, pour le connaître, il faut avoir recours non à l'intelligence, mais à l'intuition.

Malgré les divergences il y a cependant, entre tous ces penseurs, une certaine communauté d'idées en ce sens qu'ils ne distinguent pas très nettement l'esprit de la matière. Les physiciens de l'Ionie, comme Héraclite du reste, attribuent à la matière des propriétés spirituelles et les Pythagoriciens considèrent les nombres comme ayant des qualités sensibles et même morales.

Les oppositions toutefois iront en s'accentuant avec rapidité. L'école *éléate* qui s'inspire des spéculations de Pythagore s'oriente vers l'idéalisme, tandis que la nouvelle école ionienne dont les derniers représentants sont *Leucippe* et *Démocrite* énonce les thèses de l'atomisme et prépare le matérialisme.

§ 1. — Ionie et Asie Mineure

On désigne souvent sous le nom d'hylozoïsme l'ancienne philosophie naturelle de l'Ionie. Ce qui la caractérise en effet, c'est le rapport étroit qu'elle établit entre la matière et la vie. Tout élément matériel est vivant et inversement. Il suffit donc de découvrir l'élément matériel fondamental pour avoir par là même l'explication de toute réalité.

Parmi les représentants de cette école on peut signaler d'une part Thalès, Anaximandre, Anaximène, et de l'autre Héraclite dont les idées restent capitales pour la philosophie, mais n'intéressent que peu l'histoire de la science (1).

Au VII^e^ siècle avant notre ère, Milet jouissait encore de son indépendance politique et entretenait avec l'Egypte et la Babylonie des relations commerciales très actives.

C'est dans cette ville que vécut THALÈS (624-548 environ). D'après la tradition il fit sa fortune avant tout en vendant du sel ; il employa également d'autres moyens ; une année,

(1) 25 TANNERY, *Science hellène*, p. 52-200. — *8* BURNET, *Aurore*, p. 37-85, 145-194. — *17* LORIA, *Science esatte*, p. 11-25. — *23 bis* ROBIN, *Pensée grecque*, p. 41-56; 86-94.

prévoyant une abondante récolte, il loua tous les oliviers de la région et réalisa ainsi de beaux bénéfices. En sa qualité de commerçant, il paraît avoir voyagé en Egypte et peut-être même en Chaldée.

Selon Hérodote (I, 75) il aurait accompagné Crésus dans sa malheureuse expédition militaire contre Ptéria, comme ingénieur probablement. Hérodote (I, 74) lui attribue également la prédiction de l'éclipse de soleil qui mit fin à la guerre entre les Perses et les Lydiens et qui eut lieu en 610, ou 597 ou encore en 585,(1) cette dernière date étant la plus probable.

M. Bigourdan estime le fait légendaire (1), le cycle de Saros qui autorise la prédiction des éclipses solaires n'étant pas encore établi à cette époque. Pour justifier ce fait on peut cependant invoquer d'anciens témoignages, celui de Xénophane entre autres [Diogène Laerce, I (23)] et il serait alors possible d'en donner l'explication suivante.

Comme nous l'avons vu, les Babyloniens étaient à même, au VIIe siècle avant J.-C., grâce à une périodicité plus simple des éclipses de lune à cette époque, de les prédire sans le secours du cycle de Saros. Il reste plausible qu'ils se soient risqués également à conjecturer les éclipses de soleil. Thalès aurait rapporté de l'un de ses voyages leurs prédictions sur ce point, prédictions qui se seraient par hasard trouvées exactes pour l'éclipse de 585.

C'est de ses voyages également que Thalès aurait rapporté les connaissances égyptiennes relatives à la division de l'année et aux solstices.

Sa cosmogonie paraît de même trahir une origine orientale. En voici les grands traits. L'eau est le principe de tout. Dilatée par l'évaporation elle produit l'air ; figée et contractée, elle donne naissance à la terre. Les alluvions déposés par les fleuves à leur embouchure confirmaient cette croyance d'une eau qui peut se transformer en terre (2). Enfin tout

(1) 2 BIGOURDAN, *Astronomie*, p. 44.
(2) 8 BURNET, *Aurore*, p. 50.

(1) Voir C. Flammarion p. 226 de l'Astronomie populaire et Reisje om en rond de Maan bladz. 162.

organisme vivant périt fatalement, lorsqu'il est privé d'eau. Cela étant, l'univers est une grande masse liquide qui renferme une grosse bulle d'air hémisphérique. La surface concave de la bulle forme le ciel; sur la surface plane la terre flotte comme un bouchon de liège, car elle est cylindrique. Les astres sont des barques que dirigent les divinités; l'intérieur de ces barques est brillant, mais non l'extérieur. Aussi, lorsque les astres flottent sur la surface diamétrale de la bulle, sont-ils invisibles. Les éclipses se produisent toutes les fois que les barques du Soleil ou de la Lune ont tendance à se retourner.

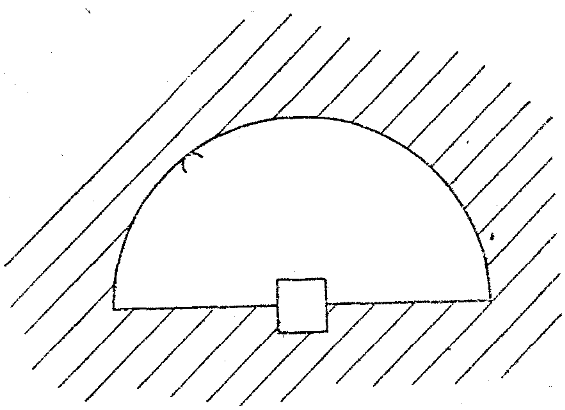


Fig. 4.

Selon P. Tannery (1), cette conception dans ses données premières est égyptienne ; mais le mérite de Thalès, c'est de l'avoir rationalisée en l'interprétant suivant une physique rudimentaire. Ainsi dès le début, la pensée grecque aurait affirmé à la fois sa dépendance et son indépendance vis-à-vis de l'Orient.

Dans un autre domaine c'est Thalès, semble-t-il, qui a importé en Ionie les procédés d'arpentage, usités en Egypte. Mais fut-il le fondateur de la géométrie rationnelle ? Il est difficile de le dire. On lui attribue, il est vrai, le théorème

(1) 25 Tannery, *Science hellène*, p. 71.

des proportions grâce auquel il calcula la hauteur des pyramides et le théorème du triangle inscrit dans une demi-circonférence.

Au point de vue arithmétique, c'est Thalès également qui aurait introduit en Grèce l'usage des fractions égyptiennes dont le numérateur est toujours égal à un.

D'une génération plus jeune que Thalès, ANAXIMANDRE fut son disciple en même temps que son concitoyen. Il naquit vers 610 ; quant à la date de sa mort elle est incertaine, bien qu'on la fixe en général aux environs de 546.

Anaximandre écrivit un ouvrage dans lequel était renfermé sa doctrine et que Théophraste a certainement pu lire. Voici d'après ce dernier quelle était cette doctrine (DIELS, *Dox.*, 476, 3) :

« Parmi ceux qui admettent un seul principe, mobile et ἄπειρον, Anaximandre le Milésien, fils de Praxiadas et disciple et successeur de Thalès, dit que l'ἄπειρον est le principe et l'élément des êtres ; c'est au reste lui qui le premier introduisit ce terme de principe, entendant ainsi, non pas l'eau ou quelque autre des éléments que nous reconnaissons, mais une certaine nature ἄπειρον différente, de laquelle se seraient formés tous les ciels et tous les mondes qu'ils ont contenus, etc.) ».

Que faut-il entendre par le mot ἄπειρον ? S'agit-il ici d'une substance s'étendant à l'infini dans l'espace, ou d'une substance finie dans son extension, mais qualitativement indéterminée ?

La grande majorité des commentateurs, anciens ou modernes, penchent pour la première interprétation; à l'origine de toutes choses se trouve une matière primitive qui s'étend à l'infini et que nous ne pouvons percevoir, puisqu'elle s'est transformée en des éléments dérivés tels que l'eau, le feu, etc.

Teichmüller et P. Tannery estiment que pareille conception ne peut être attribuée à Anaximandre, car l'idée de l'infini spatial n'apparaît que tardivement dans la philosophie et les sciences (1). Elle est du reste en désaccord avec la constatation du mouvement qui, selon Anaximandre, ramène toutes les 24 heures le ciel dans sa même position. C'est donc dans un sens qualitatif que la matière primitive est non pas infinie, mais indéterminée, c'est-à-dire susceptible de prendre des propriétés multiples et variées.

Même divergence d'opinions en ce qui concerne les idées d'Anaximandre sur la constitution progressive de l'univers.

D'après J. Burnet l'ἄπειρον est soumis à des secousses qui l'ébranlent de haut en bas et de bas en haut et qui dans certaines régions déterminent l'opposition du chaud et du froid (2).

Le chaud se manifeste alors comme une sphère de flammes qui entoure le froid, représenté par une terre dont toute la surface est couverte d'eau. Sous l'influence de la chaleur une partie de l'eau s'évapore et se change en air humide. Grâce à sa force expansive l'air pénètre ensuite dans la sphère enflammée et la segmente en des anneaux dans lesquels le feu se trouve comprimé et devient invisible. Celui-ci toutefois peut s'échapper lorsqu'une ouverture a par hasard subsisté sur l'anneau; fusant alors avec violence il reprend sa consistance lumineuse et forme l'un des astres que nous voyons.

Cela étant, les éclipses de lune ou de soleil, la croissance et la décroissance de la lune sont faciles à expliquer. Ces phénomènes se produisent toutes les fois que les ouvertures des anneaux solaire ou lunaire se bouchent complètement ou partiellement.

Cette explication paraît au premier abord d'une ingéniosité surprenante. Mais Anaximandre a pu être conduit à sa théorie des anneaux en s'inspirant de la forme que présente la voie lactée et d'autre part il a étendu aux astres l'explication qu'il donnait de l'éclair et du tonnerre, à savoir d'un feu s'échappant au travers de l'air comprimé dans les nuages.

« Anaximandre soutenait que le tonnerre et l'éclair sont

(1) 25 Tannery, *Science hellène*, p. 94.
(2) 8 Burnet, *Aurore*, p. 62.

causés par le vent. Quand il est enfermé dans un nuage épais et qu'il s'échappe avec violence, la rupture du nuage produit le bruit et la déchirure offre l'aspect lumineux par contraste avec l'obscurité du nuage ». (Aétius : DIELS, *Dox.*, 367, 22).

Quoiqu'il en soit, il y a pour Anaximandre trois régions distinctes où se trouvent placés les anneaux : les anneaux des étoiles fixes forment la région la plus rapprochée ; au-delà se trouve l'anneau de la lune, plus loin encore celui du soleil (1).

Teichmüller et Tannery admettent l'ensemble de cette conception ; mais pour eux le mouvement éternel qui anime l'ἄπειρον, ce n'est pas un ébranlement désordonné, c'est le mouvement même de rotation diurne (2). C'est lui qui au sein de la matière primitive crée les oppositions, place au centre de l'univers les éléments les plus lourds, à savoir la terre et l'eau, puis dispose autour de la terre les éléments les plus légers, c'est-à-dire une enveloppe d'air et une enveloppe plus légère encore de feu. C'est enfin la force centrifuge créée par le mouvement de rotation qui fait éclater la sphère de feu et la segmente en anneaux.

La question des « mondes innombrables » dont Anaximandre admet l'existence donne également lieu à une divergence d'interprétation qui s'explique pour les mêmes motifs.

Les partisans d'un ἄπειρον qualitatif, limité dans l'espace et soumis à un mouvement éternel de rotation, estiment que par « mondes innombrables », il faut entendre ceci : le monde actuel sera désagrégé et détruit par la même cause (rotation diurne) qui l'a créé. Il se produira donc un état chaotique, duquel surgira un monde nouveau et ainsi de suite.

Si dans l'ἄπειρον l'on voit au contraire une matière spatialement infinie, il est plus naturel d'admettre que dans l'uni-

(1) Ce sont des nombres sacrés, et non l'observation, qui fixent les distances respectives des anneaux. 23 bis ROBIN, *Pensée grecque*, p. 49.
(2) 25 TANNERY, *Science hellène*, p. 88.

vers des mondes innombrables peuvent surgir et se développer en même temps.

Le mot innombrable désigne alors une coexistence dans l'espace et non la simple énumération de mondes se succédant l'un après l'autre dans le temps.

On le voit, la cosmologie d'Anaximandre peut être interprétée avec beaucoup de cohérence de deux façons opposées. En présence des textes conservés il est difficile de choisir. Tout le problème se concentre sur la question suivante : pouvait-on au VII^e siècle avant J.-C. concevoir un univers qui, sans être infini au sens moderne du terme, fût suffisamment illimité pour qu'une région seulement de cet univers pût être soumise à un mouvement général de rotation ?

Il reste à mentionner les vues d'Anaximandre sur la naissance des êtres vivants, car elles sont une anticipation vraiment curieuse des doctrines évolutionnistes.

« Les premiers animaux furent produits dans l'humide, recouverts chacun d'une écorce épineuse ; ayant pris assez d'âge, ils montèrent sur le rivage. Quand l'écorce éclata, ils modifièrent leur genre de vie en peu de temps ». (Aétius : Diels, *Dox.*, 579, 17).

« Les créatures vivantes naquirent de l'élément humide, quand il eut été évaporé par le soleil. L'homme était, au début, semblable à un autre animal, à savoir un poisson ». (Hippolyte : Diels, *Dox.*, 560, 6).

Rappelons enfin qu'une tradition persistante, rapportée par Strabon sur la loi d'Eratosthène (Diels, *Vor.* I, 12, 41) attribue à Anaximandre la première carte de géographie. C'est lui également qui aurait importé en Grèce l'usage du gnomon et du polos.

Anaximène, successeur et associé d'Anaximandre, fut le dernier représentant de l'école milésienne. Nous ne savons rien sur l'époque exacte où il vécut, sinon qu'il était plus jeune qu'Anaximandre et eut son « akmé » (1) avant 494, date où Milet fut conquise.

Il écrivit un ouvrage qui s'est certainement conservé jusqu'à l'âge de la critique littéraire (2).

Ses idées sont moins hardies, mais plus réfléchies peut-être, que celles de son prédécesseur. Pour lui, la matière primitive, illimitée, c'est l'air qui par condensation donne naissance à la terre et à l'eau, par raréfaction au feu.

Il ne faut pas oublier en effet que pour les premiers cosmologues l'air est toujours une forme de vapeur, et l'obscurité elle-même en est une autre. Ce fut Empédocle qui le premier découvrit que l'air est un corps distinct, différent de la vapeur et du vide. Ce fut lui aussi qui montra que l'obscurité est une ombre.

En matière astronomique Anaximène introduisit plusieurs notions intéressantes, justifiant ainsi l'estime dans laquelle le tenait l'antiquité.

Il considère comme solide et tournant autour de la terre, la voûte céleste à laquelle sont fixées les étoiles. A l'intérieur de cette voûte, le soleil, la lune et les planètes flottent soutenus par l'air ambiant. Les planètes sont ainsi distinguées pour la première fois des étoiles dans l'astronomie grecque. Anaximène suppose d'autre part que des corps solides errent obscurs sous la voûte céleste.

« Les astres proviennent de la terre dont l'humidité s'est vaporisée et, par dilatation, a formé du feu; celui-ci s'est élevé et a constitué les astres. Mais il y a aussi dans le lieu qu'ils occupent des corps de nature terreuse, entraînés comme eux par le mouvement de révolution ». (Hippolyte : DIELS, *Dox.*, 561, 4).

Cette conception était féconde, car elle devait conduire à la vraie explication des éclipses. Il n'y avait en effet qu'un pas à faire pour supposer que la lune est l'un de ces corps obscurs, éclairé en tout ou partie par le soleil, suivant sa

(1) Epoque de pleine maturité intellectuelle, environ à l'âge de 40 ans (In de fleur van 't leven
(2) 8 BURNET, *Aurore*, p. 77.

position, et pouvant même être éclipsé par l'ombre de la terre (1).

L'avance des Perses en Lydie met fin à l'existence de l'école de Milet et provoque au commencement du VI^e siècle une émigration de la pensée philosophique vers la Sicile et le Sud de l'Italie. L'introduction des cultes orientaux, parmi lesquels celui de Dionysios fut le plus important, suscite, à la même époque, en Grèce et dans les colonies grecques un réveil religieux qui a une profonde répercussion sur les spéculations philosophiques.

Bien qu'il soit d'une génération plus jeune que Pythagore et même que Xénophane, HÉRACLITE d'Ephèse doit être mentionné avant eux. En effet il resta fixé toute sa vie en Ionie et son système astronomique se rattache étroitement à celui de Thalès.

Descendant des rois d'Ephèse, Héraclite fut dans la force de l'âge aux environs de l'an 504. Il renonça à la dignité royale en faveur de son frère et vécut isolé, dédaigneux, méprisant les hommes de science et les peuples « qui se bourrent la panse comme le bétail ». Ce mépris était du reste en partie justifié, car les Grecs d'Ephèse vivaient dans la mollesse et sous le joug étranger.

Théologien avant tout, Héraclite en appelle non à la science, mais à l'inspiration (2), et dans ses écrits il s'exprime en des formes sibyllines qui lui valurent le nom d' « obscur ».

L'idée fondamentale de son système, c'est le πάνιαῥεῖ (tout est en flux perpétuel). Rien n'est stable, ni fixe. La vie et la mort, le bien et le mal, le froid et le chaud se transforment

(1) 25 TANNERY, *Science hellène*, p. 152.

(2) D'après la majorité des commentateurs (entre autres, 25 TANNERY, *Science hellène*, p. 186) la source de cette inspiration serait le logos divin. 8 BURNET, *Aurore*, p. 148 et p. 159 estime que cette interprétation est erronée et repose sur les paraphrases que les stoïciens ont ajoutées aux sentences primitives d'Héraclite en nous les transmettant. Logos désigne simplement le discours d'Héraclite en tant qu'il est prophète.

incessamment l'un dans l'autre. Jamais rien n'est ceci ou cela; mais tout devient.

Ce devenir perpétuel a sa source dans le feu mobile qui se transforme en tout et qui est sans cesse un et multiple tout à la fois.

Par là Héraclite ne songeait nullement à résoudre un problème logique et à affirmer l'identité des contradictoires. Ce problème ne se posait pas à son esprit et c'est sur le terrain de l'expérience qu'il se place pour affirmer l'union des contraires.

Les changements qui transforment le feu en eau, puis en terre, constituent le chemin d'en bas. Les changements qui en sens inverse transmuent l'élément terre en eau, puis en feu, sont appelés le chemin d'en haut.

Entre la terre et le ciel il se fait ainsi suivant une double voie, ascendante et descendante, un échange perpétuel d'exhalaisons.

De la terre et de la mer s'élèvent en effet des exhalaisons, les unes sèches, les autres humides (1).

Les premières sont de nature ignée; elles sont recueillies dans les bassins creux dont sont formés les astres, au moment où ceux-ci se lèvent à l'horizon ; elles s'allument alors pour s'éteindre au couchant, en donnant de l'eau comme résidu.

Les exhalaisons humides, par leur mélange avec les sèches, forment notre air atmosphérique qui s'étend jusqu'à la lune et d'où l'eau retombe, soit comme pluie, soit déjà congelée sous forme de neige.

Les proportions variées qui s'effectuent entre les exhalaisons sèches et humides règlent la vicissitude des jours et des nuits, des mois et des saisons.

En hiver, par exemple, le soleil dans sa course est plus bas sur l'horizon, et il provoque une plus grande évaporation des couches humides avoisinant la terre; mais par là même

(1) 25 TANNERY, *Science hellène*, p. 169.

l'élément aqueux risque de prédominer sur la vapeur sèche et d'éteindre complètement le soleil et c'est pourquoi celui-ci doit retourner au nord pour y trouver un nouvel aliment (Cicéron, *de natura deorum*, III, 14) (1).

D'après Tannery, le fond de ces conceptions serait emprunté à des mythes solaires égyptiens, importés en Asie Mineure avec le culte de Dionysios ; mais ce point est encore discuté (2).

Il en est de même du sens qu'il faut attribuer à la grande année, comprenant 18000 années ordinaires, au bout desquelles il y aurait conflagration universelle, puis reconstitution de l'univers, cela périodiquement. Cette loi de périodicité est en tout cas contraire à l'idée centrale du flux incessant affirmé par Héraclite (3).

Quoiqu'il en soit, ce dernier appliquait à l'anthropologie ses idées sur la nature de l'être. Pour lui l'homme est un mélange de feu, d'eau et de terre.

L'âme est une exhalaison sèche qui, à l'état de veille, se nourrit du feu répandu dans le monde. Dans le sommeil l'échange est moins intense ; il y a empiètement de l'humidité que le corps renferme et c'est pourquoi nous perdons conscience. Il en va de même dans l'ivresse.

« Quand un homme est ivre, il est conduit par un jeune garçon sans barbe ; il trébuche, ne sachant où il marche, parce que son âme est humide ». « L'âme sèche est la plus sage et la meilleure » (DIELS *Vor.* I, frg. 117 et 118, p. 78).

Enfin, lorsque l'âme se change en eau ou en feu par prédominance de l'un de ces éléments, elle quitte le corps pour recommencer une fois de plus son incessant voyage en haut et en bas (4).

(1) BURNET, *Aurore*, p. 177.
(2) 25 TANNERY, *Science hellène*, p. 177 et 179.
(3) 8 BURNET, *Aurore*, p. 180.
(4) 8 BURNET, *Aurore*, p. 175

§ 2. — Pythagore et son école

Parmi les penseurs qui au VI^e siècle quittèrent l'Ionie pour échapper à la domination des Perses, il faut citer avant tout PYTHAGORE, qui probablement naquit en 572 et mourut en l'an 500.

Il n'est pas facile de reconstituer la vie et la doctrine de ce fameux personnage au travers des légendes qui les entourent et qui, pour la plupart, furent créées par le néo-pythagorisme dans les premiers siècles de l'ère chrétienne (1).

En particulier les vies de Pythagore composées par Jamblique, Porphyre et même par Diogène Laërce, restent suspectes ; elles renferment cependant des matériaux beaucoup plus anciens et qui sont dignes de créance (2).

De source certaine nous savons que Pythagore passa les premières années de sa vie à Samos et qu'il était fils de Mnésarque. Il quitta Samos pour se soustraire à la tyrannie de Polycrate et vint s'établir au sud de l'Italie, à Crotone, ville déjà fameuse par son école médicale.

Les voyages qu'on lui attribue en Orient, excepté peut-être le voyage en Egypte, paraissent des inventions créées après coup pour justifier le contenu de ses doctrines.

A Crotone Pythagore fonde une école philosophico-religieuse, sans doute sur le type des communautés orphiques. Les adhérents y étaient soumis à une discipline sévère. Ils devaient s'abstenir de manger des fèves (3) et de la viande, sauf cependant quand ils sacrifiaient aux dieux, car dans ce cas un acte qui en temps ordinaire était une impiété devenait un rite obligatoire (4). Les Pythagoriciens devaient en outre

(1) Pythagore, par exemple, tue un serpent venimeux en le mordant ; il fut vu en même temps à Crotone et à Métaponte, etc.

(2) 8 BURNET, *Aurore*, p. 94. — 23 *bis* ROBIN, *Pensée grecque*, p. 58. Sur la vie de Pythagore écrite par Iamblique, voir G. MÉAUTIS : *Recherches sur le pythagorisme*, Attinger, Neuchâtel, 1921, p. 87.

(3) Sur la signification de cette abstinence, voir : J. LARGUIER DES BANCELS, *Archives de psychologie* XVII, p. 58-68.

(4) 8 BURNET, *Aurore*, p. 106.

observer non seulement des règles morales, mais de véritables tabous comme « ne pas toucher un coq blanc; ne pas s'asseoir sur un quart de mesure ; ne pas se promener sur les grandes routes ; ne pas laisser la trace du pot sur la cendre, quand on l'enlève, mais remuer la cendre ».

L'école de Pythagore a-t-elle vraiment comporté divers degrés d'initiation, acousmatique, mathématique et physique, avec un enseignement exotérique et un enseignement ésotérique jalousement gardé ? Ou bien ces dénominations ont-elles été inventées pour expliquer la diversité des tendances qui se manifestèrent plus tard dans la doctrine pythagoricienne ? Il est difficile de le dire.

C'est à tort également, semble-t-il, que plusieurs historiens attribuent au pythagorisme primitif un idéal politique, aristocratique et dorien, et voient dans le conflit de cet idéal avec les aspirations populaires la cause principale qui amena la chute de l'école.

Cette dernière fut sans doute provoquée par la domination que les Pythagoriciens exercèrent momentanément sur la ville et qui, vu sa nature religieuse et morale, devait être assez tyrannique.

Quoiqu'il en soit, dès les débuts de la lutte avec le riche et noble Cylon, Pythagore se retira à Métaponte où il mourut peu après. Ses disciples restèrent, quelque temps encore, maîtres du pouvoir. Vaincus à la fin, ils furent massacrés pour la plupart. Les survivants se concentrèrent à Rhegium, puis, Archippos excepté, ils furent obligés de quitter l'Italie, au bout d'un certain temps.

C'est alors que LYSIS et PHILOLAUS, dont l'akmé se place dans l'année 440 environ, se rendent dans la Grèce continentale et finissent par se fixer à Thèbes. Ils fondent dans cette ville une importante communauté pythagoricienne à laquelle se rattachèrent SIMMIAS et CÉBÈS, les deux Thébains mis en scène par Platon dans le Phédon.

Philolaus cependant paraît être retourné en Italie, peu avant la mort de Socrate en 399. A ce moment le principal siège de l'école est Tarente, d'où les Pythagoriciens dirigent l'opposition contre Denys de Syracuse. C'est à cette période qu'appartient ARCHYTAS. « Il fut l'ami de Platon, et réalisa presque, s'il ne suggéra pas, l'idéal du roi-philosophe. Il gouverna Tarente pendant des années, et Aristoxène nous dit qu'il ne fut jamais défait dans aucune bataille. Il fut aussi l'inventeur de la mécanique mathématique » (1).

Thèbes et Tarente ne furent pas les seules villes où se réfugia la pensée pythagoricienne. Celle-ci se maintint prospère dans d'autres endroits encore, entre autres à Phlionte en Argolide.

La doctrine de Pythagore soulève des problèmes aussi délicats que sa vie, car il n'a laissé aucun écrit qui permette de distinguer sa pensée de celle de ses disciples.

Nous pouvons cependant affirmer qu'il professa la croyance à la transmigration des âmes, car le témoignage de Xénophane est formel sur ce point.

« Un jour, dit-on, comme il (Pythagore) passait près d'un chien qu'on battait, il s'écria, plein de pitié : « Arrête, ne frappe plus, c'est l'âme d'un ami ; je l'ai reconnu en entendant ses plaintes » (DIELS, *Vor.* I, 47, 20).

Pythagore, d'autre part, a été réellement un grand savant, preuve en soit l'attestation d'Héraclite.

« Pythagore, fils de Mnésarque, poussa les recherches plus loin que tous les autres hommes, et choisissant de tels écrits il revendiqua comme sa propre sagesse ce qui n'était qu'érudition et art de méchanceté » (DIELS, *Vor.* I, 80, 14).

Comme savant Pythagore fut certainement frappé du fait que des phénomènes hétérogènes au point de vue de la sensation peuvent cependant présenter un rapport numérique défini. Des figures, très différentes quant à leur forme, peuvent avoir la même surface. Les sons musicaux se pro-

(1) 8 BURNET, *Aurore*, p. 317.

duisent de même suivant des intervalles (octave, quinte, quarte) qui obéissent à une loi numérique.

Pénétré de cette idée Pythagore étendit l'étude de l'arithmétique au-delà des besoins commerciaux (Stobée, I, p. 20, 1) (1). Il en arrive, lui et son école, à penser que le nombre et ses propriétés constituent le fond de toutes choses. Le nombre par suite, n'est pas une pure abstraction. Il est une réalité concrète, bien que nos sens ne puissent le percevoir directement. Les nombres ont, chacun, des propriétés spatiales, physiques et même spirituelles, parfaitement définies. Par leurs combinaisons ils donnent naissance aux êtres, aux choses que nous voyons.

Les contributions apportées par l'école pythagoricienne à l'arithmétique, à la géométrie et à l'astronomie furent très remarquables. Elles orientèrent définitivement la science grecque sur des voies rationnelles. Il y a plus. Certains pythagoriciens, tels que Philolaus et Alcméon s'occupèrent avec succès de recherches physiologiques et médicales.

§ 3. — Ecole Eléate

On considère en général Xénophane comme le premier représentant de cette école; il naquit en 576 à Colophon, alors que cette opulente et riche cité était soumise aux Lydiens depuis 60 ans. Chassé de son pays natal, il parcourt la Grèce en critiquant les opinions religieuses et les coutumes sociales de son temps (2). Il finit par se fixer en Sicile; mais il ne semble pas avoir séjourné à Elée, bien qu'il ait composé un poème en l'honneur de cette ville. Il mourut en 480.

La cosmologie de Xénophane ne présente pas un grand

(1) Cité par Burnet, *Aurore*, p. 111.
(2) *14* Gomperz, *Penseurs* (I, p. 167), représente sa vie comme étant celle d'un aède homérique ; mais *8* Burnet, *Aurore*, p. 129 conteste ce point.

intérêt scientifique, car son but est avant tout de discréditer les conceptions anthropomorphiques de la divinité. Convaincu que les hommes font les dieux à leur image, Xénophane affirme l'existence d'un Dieu, unique, éternel et immobile qui, tout yeux et tout oreilles, gouverne toutes choses. Il ne faut pas toutefois interpréter cette affirmation dans le sens d'un monothéisme spiritualiste.

Le Dieu unique de Xénophane, c'est le ciel, l'univers sensible auquel le poète attribue des sens et une intelligence. Il se compose de deux régions : la terre qui, plate et immobile, s'étend dans tous les sens, puis l'air qui la recouvre, illimité comme elle. Les astres n'ont rien de divin. Ce sont des nuées incandescentes, analogues au feu Saint-Elme; elles s'enflamment à l'une des extrémités de la terre, puis suivent une trajectoire rectiligne et vont s'enfoncer comme des bolides dans les sables du désert. Les exhalaisons humides de la nuit forment incessamment de nouvelles nuées qui s'allument au matin ; chaque jour il naît ainsi un nouveau soleil.

Par là s'explique le fait que l'univers soit immobile, bien qu'il paraisse se mouvoir dans son ensemble. Par une illusion d'optique, facile à déceler, nous appliquons au tout les changements qui caractérisent des phénomènes particuliers. Grâce à la distinction qu'il établit entre l'apparent et le réel, Xénophane ouvrait les voies à son disciple Parménide.

L'akmé de ce dernier doit être placée, selon Diogène Laërce, (IX, ch. III, 23), en l'an 500; mais si l'on accepte les indications, du reste suspectes, fournies par Platon dans son dialogue (*Parménide*, 127 b), Parménide serait né en 516 et son akmé ne pourrait être antérieure à 480.

Il ne quitta guère Elée, sa ville natale. C'est là qu'il reçut l'enseignement du pythagoricien Ameinias, qui fit sur lui une profonde impression. Dans le fameux poème qu'il écrivit, il nous montre les vierges, filles du Soleil, le conduisant jusqu'aux demeures gardées par la Justice vengeresse et habitées par la Déesse ; celle-ci le prend par la main et lui apprend à distinguer entre la vérité qui porte sur l'être réel et les opinions que suggèrent les apparences.

L'être, c'est ce que l'intelligence comprend et identifie pleinement ; le non-être, c'est ce qui ne peut exister en vertu de contradictions internes.

L'être réel, c'est l'espace, matériellement étendu, immobile, indivisible, inengendré et impérissable ; cet espace est d'autre part limité et sphérique, car un tout indéfini est inconcevable.

Le non-être, c'est le vide dont le concept ne répond à rien, puisque par définition le vide exclut toute réalité positive.

A côté de l'être véritable se trouvent les phénomènes particuliers, changeants et périssables. Ils relèvent de l'apparence et ne peuvent donner naissance dans notre esprit qu'à des opinions. Pour exposer ces dernières Parménide s'inspire de la cosmologie d'Anaximandre, complétée par celle de Pythagore. Il énonce également dans le domaine physiologique des idées en rapport avec la médecine de son temps.

En opposant l'être immobile et indivisible aux phénomènes sensibles qui se meuvent et se sectionnent, Parménide soulevait un problème qui jusque dans les temps modernes devait être en scandale à la réflexion philosophique : quel rapport y a-t-il entre le mouvement d'un objet et le lieu immobile dans lequel il se produit ?

Ce problème fut précisé avec toute l'acuité désirable par le disciple même de Parménide, à savoir Zénon. De 25 ans plus jeune que son maître, Zénon séjourna comme lui à Elée, ville dans laquelle il était né en 489 ; il prit une part importante à la direction des affaires publiques ; entre temps il fit à Athènes un voyage dont Platon nous a conservé le souvenir. D'après la tradition il fut mis à la torture, pour avoir conspiré contre un personnage qui voulait tyranniser la ville d'Elée, et, plutôt que de dénoncer ses complices, il se coupa la langue.

La tradition lui attribue également plusieurs ouvrages : *Interprétation d'Empédocle ; Contre les philosophes; les Disputes ; Traité de la Nature.* Par la façon systématique dont il exposait et critiquait les opinions de ses adversaires il fut appelé par Aristote le père de la dialectique (Diog. Laërce, IX, 25).

Quant à ses célèbres arguments, ils nous ont été conservés les uns par Simplicius (1), les autres par Aristote (Phys., VI ; 239 b 9-33). Les premiers concernent les rapports de l'un et du multiple ; les seconds le problème du mouvement.

Quelle était leur signification exacte dans la pensée de Zénon ? Celui-ci, en les exposant, prétendait-il démontrer l'impossibilité de fait du mouvement et de la pluralité ? Ou bien a-t-il voulu simplement prouver que les thèses pythagoriciennes sur la discontinuité conduisaient à des conséquences plus absurdes encore que les affirmations de Parménide ? (2)

Il semble bien que cette dernière hypothèse soit la plus plausible, car Platon fait dire à Zénon au sujet de son écrit que « celui-ci est une sorte de renforcement de l'argument de Parménide contre ceux qui essayent de le tourner en ridicule pour ce motif que, si la réalité est une, cet argument se trouve embarrassé dans une foule d'absurdités et de contradictions. Cet écrit argumente contre ceux qui soutiennent le multiple, et leur rend autant et plus qu'ils n'ont donné ; le but en est de montrer que leur hypothèse de la multiplicité sera embarrassée de plus d'absurdités encore que l'hypothèse de l'unité si celle-ci est élaborée avec suffisamment de soin » (*Parménide* 128 C).

Du reste, quel que soit le but poursuivi par Zénon, ses raisonnements gardent une valeur qui en est indépendante,

(1) Ritter et Preller, *Historia philosophiae graecae*, 9e édit. Gotha 1913, § 131-134.
(2) 20 Milhaud, *Phi. géom.*, p. 132. — 25 Tannery, *Science hellène*, — 8 Burnet, *Aurore*, p. 360.

car ils soulignent avec force la difficulté où nous sommes d'expliciter logiquement les rapports de l'un et du multiple, du fini et de l'infini, du mobile et de l'immobile.

Mélissos (de Samos) passe pour être de même que Zénon et à peu près à la même époque le disciple de Parménide. Il affirme d'une façon plus systématique que son maître l'unité de l'être ; mais les vues qu'il développe à ce sujet intéressent l'histoire de la philosophie beaucoup plus encore que celle de la science.

§ 4. — Les tendances atomistiques

Empédocle a été de tout temps fort discuté dans ses œuvres comme dans sa personne. Les Anciens le tenaient pour un imposteur ou pour un homme de génie (Lucrèce, I, 716). Dans les temps modernes, Hegel le traite avec dédain, Nietzsche l'admire et Gomperz voit en lui un précurseur des chimistes de notre époque.

Empédocle naquit probablement en 490 et mourut en 424. Il ne quitta guère Agrigente, sa ville natale, sinon à la fin de sa vie, où il dut s'exiler, pour avoir soutenu avec ardeur les idées démocratiques, malgré sa fortune et ses titres de noblesse. Les bruits les plus divers ont couru sur sa mort. D'après les uns il se serait jeté volontairement dans le cratère de l'Etna ; d'après les autres il se serait pendu.

Ce qui est certain, c'est qu'Empédocle joua un rôle actif comme philosophe, médecin et politicien, et qu'il fit sur ses contemporains une profonde impression. Lui-même avait le sentiment de sa valeur.

« Je suis pour vous, dit-il à ceux qui l'écoutent, comme un dieu immortel, non plus un homme ; je marche honoré de tous, comme il est juste, ceint de bandelettes et de verdoyantes couronnes et je vais ainsi dans les villes voisines, recueillant les respects des hommes et des femmes ; ils me suivent par milliers demandant la voie du salut »... (Diels, *Vor.*, I, p. 205).

La haute opinion qu'Empédocle avait de lui-même ne justifie pas les faits que la tradition lui attribue. Ce n'est pas lui qui assainit les marais avoisinant Agrigente. Encore moins a-t-il protégé cette ville contre les vents étésiens et ressuscité une femme qui passait pour morte depuis 30 jours. Ces faits semblent avoir pour origine certains passages de son poème qui ont été détournés de leur signification primitive (1).

Au point de vue philosophique, Empédocle paraît avoir subi à la fois l'influence du pythagorisme et de Parménide. Il admet avec ce dernier que la réalité est un *plenum* sphérique, continu, éternel et immobile; mais il essaie d'expliquer la naissance du mouvement et des phénomènes sensibles en suivant une autre voie que celle du pluralisme arithmétique, professé par les Pythagoriciens.

A la base de l'univers se trouvent quatre éléments impérissables, à savoir, la terre, l'eau, le feu et l'air qu'Empédocle le premier distingue nettement de l'humide et de l'obscur. Ces éléments ont entre eux des affinités ou des répulsions naturelles qui les poussent à s'unir ou à se dissocier. De plus ils baignent dans deux milieux ambiants qui sont l'amour et la haine. Ces milieux, bien qu'invisibles aux sens, sont des forces matérielles tout comme l'éther des physiciens.

Leur action s'exerce indifféremment sur tous les corps. L'amour, par exemple, a pour effet de réunir des éléments que leurs affinités naturelles ne poussent pas à s'unir; la haine, au contraire, dissocie les corps qui naturellement sont portés à s'associer.

Les affinités naturelles des molécules corporelles et l'action combinée de la haine et de l'amour suffisent à expliquer les changements et l'étonnante diversité des phénomènes sensibles.

A l'origine les quatre éléments formaient un tout harmo-

(1) 8 BURNET, *Aurore*, p. 235.

mieux, sphérique et enveloppé tout entier par l'amour ; autour de l'univers ainsi constitué s'étendait le milieu fini de la haine. Celle-ci, semblable au vide des Pythagoriciens, aspire à un moment donné les quatre éléments, et, prenant la place de l'amour, chasse ce dernier aux extrémités du monde ; elle organise alors un véritable chaos.

Mais ce chaos ne dure pas éternellement ; un mouvement de révolution se produit peu à peu dans l'univers ; d'abord très lent (9 mois au lieu d'un jour) il devient de plus en plus rapide. La région du centre n'est que peu atteinte par ce mouvement de rotation universelle et c'est dans cette région où règne la tranquillité que l'amour se précipite pour organiser à nouveau le monde (1).

L'air se dégage le premier, mais, comprimé par les limites de l'univers, il se transforme en une sphère creuse de cristal. Sur l'une des moitiés de cette sphère le feu s'accumule et la rend brillante ; l'autre moitié reste obscure. C'est pourquoi la terre, placée au centre de l'univers, voit alterner le jour et la nuit.

Quant au soleil, c'est simplement l'image de la terre, produite par réflexion. « Le soleil n'est pas une substance ignée, mais une image de feu réfléchie, pareille à celle qui vient de l'eau » (Diels, *Vor.* I, p. 158, 35). La lumière qui se dégage de l'hémisphère igné vient frapper la terre ; puis, concentrée par celle-ci, elle est renvoyée sur ce même hémisphère où elle nous apparaît comme un disque brillant. Que telle soit bien la pensée d'Empédocle, Plutarque le confirme par l'un des personnages qu'il met en scène : « Vous vous moquez, dit celui-ci, d'Empédocle parce qu'il attribue au soleil l'origine suivante : la lumière du ciel, après avoir été réfléchie

(1) Nous suivons ici l'interprétation courante qui est aussi celle de 23 Tannery, *Science hellène*, p. 310, et non l'interprétation de 8 Burnet, *Aurore*, p. 268. D'après ce dernier notre monde actuel serait au dire d'Empédocle, dans le cycle de désorganisation dû à la haine, et non dans la période d'organisation faite par l'amour. Cette divergence est du reste secondaire, car elle ne modifie pas dans leur ensemble les conceptions cosmologiques d'Empédocle.

sur la surface de la terre, reflète l'image de cette dernière à nouveau sur le ciel » (Diels, *Vor.*, I, p. 188, 8).

Cette conception, curieuse au premier abord, s'explique cependant très facilement (1). On venait de découvrir que la lune brillait d'une lumière réfléchie et Empédocle fut naturellement poussé à donner à cette théorie une application plus grande qu'elle ne le comportait en réalité (2).

Outre la nature de la lumière lunaire, celui-ci s'approprie une autre découverte, également importante de son époque, qui lui permet d'assigner aux éclipses de soleil leur cause véritable.

Il émet par contre des idées étranges sur l'évolution des êtres vivants. Ceux-ci ont pris naissance dans les conditions suivantes : Les membres, têtes, bras, jambes, etc., ont surgi d'abord isolément ; puis ils furent réunis au hasard par l'amour. Il y eut ainsi des bœufs à têtes humaines, des monstres à plusieurs têtes. De ces bizarres animaux, seuls les plus aptes survécurent et se perpétuèrent dès lors par les voies ordinaires de la génération.

En physiologie, Empédocle soutient que la respiration se fait non seulement par la bouche, mais par tous les pores de la peau. Il donne aussi sur la perception une théorie inté-

(1) 8 Burnet, *Aurore*, p. 272.

(2) Il n'est pas sans intérêt de rapprocher les vues d'Empédocle des idées émises par l'astronome Nordmann dans son roman de la science, intitulé *Einstein et l'Univers*. La courbure de l'espace étant constante et telle que l'espace se referme sur lui-même à la manière d'une surface sphérique on peut penser « que les rayons émanés d'une étoile, du Soleil par exemple, iront converger au point diamétralement opposé de l'Univers après en avoir fait le tour » et qu'ils forment ainsi un astre nouveau.

En fait, ajoute Nordmann, nous n'avons pas encore pu constater l'existence de ces astres fantômes. « Mais ce que les observateurs n'ont pas fait hier, ils le pourront demain grâce aux suggestions de la science nouvelle ». On peut ainsi prévoir « les conséquences étonnantes follement imprévues des nouvelles conceptions et qui dépassent par leur poésie fantastique toutes les constructions les plus romanesques de l'extrapolation imaginative. Le réel ou du moins le possible monte à des hauteurs vertigineuses où jamais n'avaient atteint les ailes dorées de la fantaisie » (p. 180 et sq.). Empédocle eût été certainement surpris s'il avait pu savoir qu'aux débuts du xx^e siècle la théorie des astres-fantômes, dans un univers fini et de forme sphérique, passerait pour une conception vertigineuse à laquelle jamais jusqu'à présent l'imagination humaine n'avait osé atteindre.

ressante que Théophraste nous a conservée. La perception est due à la rencontre d'un élément qui se trouve dans les organes de nos sens (le feu, par exemple, dans l'œil) avec le même élément qui est situé en dehors de nous (Diels, *Dox*, 500, 19).

Par l'ensemble de ses conceptions et surtout par sa doctrine des quatre éléments, Empédocle devait exercer une influence durable tant sur la médecine que sur la métaphysique.

Anaxagore fut le contemporain d'Empédocle et de Leucippe. Il naquit en l'an 500 à Clazomènes, où il possédait de grands biens. Afin de s'adonner à la philosophie avec plus de loisirs il convertit ses riches terres de labour en pâturages à moutons qu'il abandonna plus tard entièrement à sa famille. Après cela il vint s'établir dans la ville d'Athènes qu'il initie aux spéculations philosophiques. L'amitié et la protection de Périclès furent impuissantes à le protéger. Accusé d'athéisme pour avoir dit que les astres étaient de simples corps matériels il dut s'exiler et se réfugier à Lampsaque où il mourut en 428, honoré de tous grâce à la noblesse de son caractère. Il laissa un *Traité de la Nature* dont plusieurs fragments nous sont parvenus.

Dans ce traité, il donne le premier la vraie explication des phases de la lune ; le premier également il découvre la vraie nature de la lumière de la lune et il expose en conséquence la théorie des éclipses. Il considère d'autre part le soleil, la lune et toutes les étoiles comme des pierres enflammées qui sont mues circulairement par la rotation de l'éther. Sur d'autres points malheureusement, il conserve les idées d'Anaximène et regarde la terre comme un corps plat et même concave.

En ce qui concerne l'univers, Anaxagore déclare qu'il est à la fois infini et animé d'un mouvement de rotation diurne et pour lever la contradiction impliquée par cette affirmation, il admet qu'une partie seulement de l'univers est en mouvement ; cette partie exceptée, tout ce qui s'étend à l'infini reste immobile.

Le mouvement comme tel n'est donc pas inhérent à la matière ; il lui est communiqué du dehors au moyen d'un fluide subtil et intelligent qui est le noûs (νοῦς). Celui-ci n'est pas l'intelligence suprême, au sens que Platon et surtout Aristote donnent à ce terme. C'est plutôt une force organisatrice, omnisciente, qui est à la fois corporelle, personnelle et impersonnelle et qui relève plus de l'ordre physique que de l'ordre moral (Platon : *Phédon*, 97 C).

Cela étant, voici comment l'univers s'est formé. Le noûs met en branle une portion de la matière infinie et immobile, puis il propage son action organisatrice sur une région de plus en plus vaste de l'univers. A cette action on ne saurait assigner aucune limite, puisque d'un côté l'univers est infiniment étendu et que de l'autre la matière est indéfiniment divisible, car le vide est incompréhensible et ne peut par conséquent exister.

« Par rapport au petit il n'y a pas de minimum ; mais il y a toujours un plus petit, car il n'est pas possible que l'être soit anéanti par la division. De même par rapport au grand, il n'y a pas un plus grand et il est égal au petit en pluralité et en elle-même chaque chose est à la fois grande et petite » (Diels, *Vor.*, I, p. 314, 16).

En donnant ces définitions, Anaxagore le premier a mis en lumière l'un des aspects de l'infini mathématique, qu'il rattachait à tort, il est vrai, aux phénomènes sensibles. Le monde est une grandeur qui croît au-delà de toute limite, et la matière est indéfiniment divisible. Ainsi suivant qu'on la divise indéfiniment ou qu'on l'ajoute indéfiniment à elle-même, la même chose peut être dite infiniment grande ou infiniment petite.

Seulement si la matière est continue et divisible à l'infini, comment peut-elle s'organiser en des êtres individuels et distincts ?

A cette question Aristote et Zeller répondent en disant que pour Anaxagore la matière est composée d'un nombre infini d'éléments qui seraient tous qualitativement différents et que l'action du noûs aurait peu à peu groupés d'après leurs affinités. Les divers groupements qui se constituent de cette manière peuvent se dissocier et c'est ainsi que s'expliquent la naissance et la mort des phénomènes. Cette conception serait à peu de choses près analogue à celle de Démocrite ; Tannery la juge inacceptable, Anaxagore ayant déclaré expressément que le vide n'existe pas.

D'après Tannery l'atomisme professé par Anaxagore est essentiellement *qualitatif*. Les éléments infinitésimaux de la matière sont de même nature que la matière prise dans son ensemble. Une parcelle du corps humain, par exemple, si petite soit-elle, renferme du chaud, du froid, des cheveux, des dents, du muscle, etc. Les corps finis ne résultent donc pas d'un mélange mécanique d'atomes différents par leurs qualités ; car l'être, si loin qu'on le divise, reste qualitativement le même. Mais, s'il en est ainsi, d'où viennent les diversités que les sens nous révèlent ? Elles résultent simplement, répond Anaxagore, du fait que le noûs intensifie telle ou telle qualité et la fait prédominer de préférence à une autre dans la constitution des corps. C'est pourquoi les objets que nous percevons nous apparaissent différents les uns des autres, bien qu'ils soient composés exactement de la même substance.

L'atomisme qualitatif d'Anaxagore est un effort remarquable pour concilier l'unité et la pluralité de l'être ; mais c'est malheureusement une hypothèse qui ne paraît guère susceptible d'être vérifiée scientifiquement. Elle n'en a pas moins eu une grande influence sur Platon et sur Aristote. Comment, s'était demandé Anaxagore, des qualités que la sensation nous révèle irréductibles (le rouge et le bleu par exemple) peuvent-elles cependant se mélanger entre elles ? Transportant ce problème dans le monde des idées, Platon examinera également de quelle façon les idées, qui forment chacune un tout indissoluble, peuvent se grouper et participer les unes des autres. Quant à Aristote, s'il emprunte à Empédocle la théorie des quatre éléments, il lui donne sous l'influence d'Anaxagore une signification purement qualitative, qui persistera durant tout le moyen-âge et qui entravera l'essor des sciences physiques, car une pareille conception écarte l'emploi des mathématiques.

Aux environs de 460, un disciple de Parménide et un contemporain d'Empédocle, Leucippe de Milet professa une autre forme d'atomisme plus scientifique et plus importante. Ses idées furent reprises et développées par Démocrite d'Abdère (460-370) que la tradition fait voyager en Egypte et jusque dans les Indes. Parmi les ouvrages qu'on lui attribue, plusieurs ont été en réalité écrits soit par son maître, soit par ses disciples.

La conception qui se dégage de l'ensemble de ces ouvrages est la suivante :

Malgré l'opinion des Eléates, il faut admettre l'existence du vide et du non-être, car sans le vide le mouvement est inconcevable ; or le mouvement existe, donc le vide existe également. D'autre part, pour que les mouvements particuliers puissent se réaliser partout, il faut que le vide pénètre l'être et le divise. Mais cette division ne peut se poursuivre indéfiniment, sinon l'être s'anéantirait. Il reste donc que les corps doivent se composer d'éléments ultimes ou atomes.

Au point de vue métaphysique ces atomes jouissent de toutes les propriétés que les Eléates avaient attribuées à l'Etre. Ils existent de toute éternité ; ils sont absolument pleins et par suite indivisibles. Ils sont absolument simples, sans propriété interne qui les distinguerait qualitativement les uns des autres.

Physiquement toutefois, ils diffèrent les uns des autres par leur forme et leur grandeur et c'est pourquoi les corps naturels qui résultent de leur mélange offrent à notre perception des variétés si grandes.

Les atomes ont en outre un poids qui est proportionnel à leur grandeur. D'après Burnet cette propriété serait en un sens relative, car elle ne se manifeste pas dans un atome pris isolément. Seul un mouvement tourbillonnaire et collectif donne aux atomes légèreté et pesanteur (1).

Dans ces conditions les phénomènes naturels s'expliquent aisément. Les changements, la naissance et la mort, résultent de la combinaison et de la dissociation des atomes. Tout se fait d'une façon purement mécanique et là où nous croyons constater une action à distance il existe un milieu intermédiaire qui transmet l'action.

De plus et pour rendre compte des données des sens, il faut distinguer dans les corps entre les qualités primaires ou objectives (pesanteur, densité, dureté) et les qualités secondaires (couleur, saveur) qui dépendent de notre façon de sentir.

C'est sur la base de cette conception atomique que l'école d'Abdère explique la formation et la structure du monde. Malheureusement une fois posés le mouvement tourbillonnaire et la combinaison des atomes qui en résulte, elle adopte simplement les idées cosmologiques des premiers Ioniens, sans tenir compte des progrès accomplis par les Pythagoriciens.

de Démocrite

Les conceptions de Démocrite sur l'âme et la sensation sont plus intéressantes. L'âme, selon lui, est formée d'atomes de nature ignée, ronds et extrêmement ténus. Grâce à leur subtilité ces atomes tendent sans cesse à quitter le corps ; mais la respiration en renouvelle constamment le nombre. Lorsque celle-ci se ralentit, il y a sommeil et quelquefois léthargie ; lorsqu'elle cesse tout à fait, la mort survient.

Quant aux sensations, elles supposent un contact direct avec les objets ou avec les émanations qui s'en échappent. Par exemple, si nous percevons les corps à de grandes distances, c'est qu'un groupe d'atomes conservant la forme de ces corps vient impressionner notre organe visuel.

D'une façon plus générale, le fonctionnement de la pensée

(1) 8 Burnet, *Aurore*, p. 396.

est lié à la température et à la mobilité des atomes psychiques. Si l'âme est trop échauffée ou trop refroidie, elle se fait de la réalité une représentation inexacte.

En tant que système philosophique l'atomisme marque une étape importante dans la pensée grecque. En affirmant l'existence du vide, en concevant l'être sous forme d'atomes immuables qui s'agrègent et se désagrègent incessamment, l'école d'Abdère concilie les thèses d'Héraclite et celles des Eléates. Le devenir n'est pas toute la réalité ; mais il en est une partie notable. La contradiction dans laquelle la philosophie grecque se débattait depuis ses origines est ainsi levée et la dialectique de Platon peut prendre naissance.

§ 5. — La médecine

Entre le v^e^ et le iv^e^ siècle avant J.-C., les mathématiques, l'astronomie, la biologie se séparent de plus en plus des spéculations philosophiques et tendent à se constituer comme des sciences indépendantes. La médecine toutefois n'avait pas attendu cette époque pour vivre de sa vie propre. En particulier des philosophes tels que Pythagore et Empédocle s'étaient beaucoup occupés de cette science.

Malheureusement toute la littérature médicale antérieure aux écrits d'Hippocrate a disparu, absorbée qu'elle a été par ces écrits. Nous pouvons cependant nous faire quelque idée de ce que fut la médecine avant Hippocrate (1).

Elle débuta par la magie essentiellement ; mais les prêtres surent la canaliser et fonder sous le nom d'asclépions ou temples d'Esculape de nombreuses cliniques. Celle d'Epidaure, véritable sanatorium, fut longtemps célèbre. Les songes et leur interprétation jouaient un grand rôle dans les soins donnés aux malades.

(1) *La Grande Encyclopédie*, article *Grèce* avec indications bibliographiques. Voir aussi 1/4 GOMPERZ, *Penseurs*, I, p. 291.

Il y eut aussi des asclépions laïques tout aussi importants. En outre les gymnases dans lesquels un régime diététique était imposé aux athlètes supplantèrent souvent les autres établissements, religieux et laïques.

Des écoles prirent en même temps naissance, parmi lesquelles il faut mentionner celles de Cyrène, de Crotone, de Rhodes et surtout celles de Cos et de Cnide, les deux plus célèbres. Aussi dès le VI[e] siècle les médecins grecs avaient-ils acquis une grande réputation.

On [illegible] Cos on trouvé la statue grandeur naturelle de Hippocrate

Témoin ce Démocédès (521-485) qui, après avoir soigné Polycrate de Samos, fut fait prisonnier par Darius et devint son conseiller intime (Hérodote, III, 125).

Il sortait de l'école de Crotone qui fut également illustrée par ALCMÉON. Ce dernier pratiqua la dissection sur les animaux ; il découvrit les nerfs les plus importants des sens, les considérant comme des canaux vides. Il expliquait la maladie comme une rupture d'équilibre entre les éléments contraires qui constituent le corps, à savoir le froid et le chaud, le sec et l'humide, etc. Cette théorie pythagoricienne eut par la suite une grande influence sur la pathologie (1).

Toutefois, c'est aux écoles de Cos et de Cnide que revient l'honneur d'avoir constitué la médecine scientifique, grâce surtout à Hippocrate qui vécut à Cos dans la deuxième moitié du V[e] siècle.

Nous ignorons du reste les débuts de ces deux écoles et les causes exactes de leur célèbre rivalité.

Nous savons cependant qu'à Cos comme à Cnide l'enseignement comportait : 1° des leçons familières ; 2° des études cliniques ; 3° un apprentissage pratique.

L'étudiant était initié par un serment solennel qui était en même temps une règle de conduite pour l'exercice de sa vocation future. Il « promet d'honorer son maître à l'égal de ses parents, de lui prêter secours toutes les fois qu'il en aura besoin et d'instruire gratuitement ses descendants s'ils choisissent la même profession que lui. A part cela, il ne peut former à la médecine que ses propres fils et les jeunes

(1) 15 HEIBERG, *Naturwiss*, p. 11.

gens qui se lieront à lui par contrat et par serment. Il jure d'assister les malades « selon sa science et son pouvoir » et de s'abstenir de la manière la plus rigoureuse de tout emploi blâmable ou criminel des moyens thérapeutiques. Il ne donnera pas de poison, même à ceux qui lui en demandent ; il ne fournira aux femmes aucun abortif, et enfin ne pratiquera pas — même là où la guérison paraît la demander — l'opération de la castration que réprouvait si vivement le sentiment populaire de la Grèce. Enfin il promet de s'abstenir de tous les abus que sa position lui permettait de commettre et spécialement des abus érotiques à l'égard des libres ou des esclaves des deux sexes, et il s'engage à garder inviolablement tous les secrets auxquels il peut être initié dans l'exercice de sa profession ou même en dehors » (1). D'autres préceptes étaient encore donnés : le médecin doit s'astreindre à la plus scrupuleuse propreté, mais éviter l'abus des parfums ; il doit répudier toute apparence de charlatanisme, être modeste dans ses honoraires et ne pas en exiger avant d'avoir donné ses soins, de peur d'énerver les malades et d'aggraver leur état, car là « où est l'amour des hommes est aussi l'amour de l'art ».

Ces recommandations sont d'autant plus significatives qu'en l'absence de toute surveillance de l'Etat, elles formaient la seule règle officielle pour la pratique de la médecine. Elles sont tirées du recueil d'écrits qui portent le nom d'Hippocrate, mais que celui-ci est loin d'avoir tous composés. Ces écrits forment en effet une collection très variée ; ils renferment des fragments qui proviennent de l'école de Cnide opposée sur plus d'un point à celle de Cos ; on y trouve aussi des observations sur les malades consignées au jour le jour qui n'étaient point destinées au public, des critiques violentes contre le supranaturalisme et la mystique arithmétique.

Par exemple, dans un écrit intitulé : *De l'ancienne méde-*

(1) Passages tirés de la traduction par Littré des *Œuvres d'Hippocrate* et cités d'après 14 Gomperz, *Penseurs* I, p. 297.

cine l'auteur tourne en dérision ceux qui postulent arbitrairement un principe unique et prétendent expliquer toutes les maladies par le chaud ou par le froid, par l'humide ou encore par le sec. Un pareil procédé est excusable dans les spéculations des philosophes. Mais lorsque la santé et la vie sont en jeu, il est inadmissible. Chaque matière échauffante possède des propriétés spéciales qui agissent très différemment sur l'homme ; ce sont ces effets différents qu'il faut connaître dans chaque cas particulier. Des théories générales, comme celles d'Empédocle, appartiennent à la philosophie ; elles n'ont par conséquent aucune valeur en médecine. Le médecin sans doute doit s'efforcer de connaître la nature, mais dans le détail. Ce but ne peut être atteint par de creuses spéculations; l'expérience et l'observation des cas individuels sont seules fécondes. La tâche est dure toutefois ; la plupart des médecins sont comme des pilotes inexpérimentés qui savent naviguer par un temps calme, mais dont la tempête révèle l'incapacité au prix d'un naufrage. Les maladies bénignes sont heureusement plus fréquentes que les graves maladies durant lesquelles toute faute se venge rapidement et mortellement (1).

Le *Recueil d'observations* nous montre le médecin consciencieux notant chaque jour l'état de son malade, pratiquant « son art avec réflexion » et ayant horreur des hypothèses vides.

Ailleurs celui qui écrivit le fragment intitulé : *De la sainte maladie* (épilepsie) jette son mépris à ceux qui en attribuent la cause à une Divinité, Héra, Poséidon ou Arès. L'épilepsie n'est pas une maladie plus sainte que les autres, car elle est due aux mêmes causes naturelles. Tout est également humain et divin dans la réalité qui ne renferme rien de miraculeux ou de mythique. Il faut traiter les maladies de l'esprit comme les autres par un régime approprié.

A côté de ces considérations générales, les écrits hippo-

(1) 15 HEIBERG, *Naturwiss*, p. 15.

cratiques renferment des théories plus précises, mais qui sont souvent contradictoires.

Il est difficile en particulier de savoir exactement quelle doctrine HIPPOCRATE (460-380) a professé au point de vue médical. Ce qui est certain, c'est qu'il contribua plus que tout autre à fonder la médecine sur l'observation et sur l'expérience et à l'affranchir des spéculations philosophiques aventureuses. Il fut en outre un chirurgien remarquable.

Littré a reconstitué comme suit sa doctrine :

Hippocrate part du principe qu'il n'y a pas dans le corps humain d'autre force interne que la chaleur innée.

Dans ces conditions la cause essentielle des maladies doit être cherchée dans les changements de saison qui se répercutent sur la constitution de l'homme. L'air joue ainsi un grand rôle.

Quant au régime, son rôle est moins grand, parce que ses écarts ne produisent que des maladies individuelles.

En fait la doctrine pathogénique d'Hippocrate est purement humorale ; elle a ses racines dans la philosophie présocratique et s'inspire avant tout d'Alcméon.

La santé parfaite correspond à l'équilibre exact qui existe dans la proportion et les qualités des quatre humeurs radicales : sang, phlegme ou pituite, bile jaune et bile noire. Inversement la maladie provient de la surabondance, de l'altération, ou du déplacement de l'une de ces humeurs.

Viciées, celles-ci peuvent se concentrer et être évacuées (il y a alors crise). Si l'évacuation n'est pas complète, il en résulte des engorgements, des gangrènes. La crise du reste peut être prévue et l'art du médecin consiste à la favoriser.

Sur l'importance de la prognose et du diagnostic, tous les hippocratiques sont d'accord. Il faut examiner les urines, les selles, la transpiration, la respiration, l'état de sommeil, la température, etc. Il faut aussi examiner le corps dans son ensemble. « Il n'est pas difficile de reconnaître l'état de santé d'un homme que l'on voit nu sur le palestre ».

De là des descriptions sur la marche des maladies dont la science moderne a de plus en plus reconnu le bien-fondé. Littré, par exemple, ne sut pendant longtemps comment identifier l'une des épidémies mentionnées dans les écrits hippocratiques, laquelle, après avoir affecté la gorge, laisse des traces de paralysie. Il put le faire cependant lorsqu'en 1860 des médecins anglais et français reconnurent qu'il s'agissait d'une forme de diphtérie (1).

En ce qui concerne la thérapeutique, l'école de Cos, semble-t-il, préconise les régimes ; elle évite les médicaments dont l'école de Cnide paraît avoir fait usage et qui consistaient surtout en décoctions de plantes.

Quant à l'anatomie, elle fut poussée aussi loin qu'elle pouvait l'être, la dissection des animaux étant seule autorisée.

Les hippocratiques connaissent la structure générale du squelette, celle du cœur ; ils distinguent entre les veines (canaux conducteurs du sang) et les artères qui renferment de l'air selon eux. Ils ne savent rien du système nerveux ; Hippocrate toutefois place dans le cerveau le siège de l'intelligence ; mais cette connaissance, héritée d'Alcméon, se perdra dans la suite et devra être à nouveau conquise par la science.

Le traitement des fractures et des luxations est décrit d'une façon remarquable, ce qui étonne moins, lorsque l'on songe au rôle de la gymnastique en Grèce.

Chirurgicalement les hippocratiques ne craignent pas la trépanation et ils en indiquent les procédés avec beaucoup d'habileté.

Ils recommandent avec plus de prudence les amputations parce qu'ils ne connaissent d'autre moyen que le fer rougi au feu pour arrêter l'écoulement du sang. Lorsqu'une intervention chirurgicale est possible « le patient doit crier pour faciliter l'opération ». Autrement il faut attendre, pour enlever le membre condamné, que la gangrène ait atteint une articulation.

(1) 15 Heiberg, *Naturwiss.*, p. 18.

On voit par tout ce qui précède de quelle richesse et de quelle rigueur scientifique en même temps témoignent les écrits hippocratiques. Ils suscitèrent dès l'antiquité de nombreux commentaires dont le plus important, malheureusement perdu en grande partie, fut celui de Galien (IIe siècle ap. J.-C.).

Parmi les successeurs immédiats d'Hippocrate, il faut mentionner PRAXAGORE de Cos et DIOCLÈS de Caryste. Ce dernier a laissé des prescriptions précises et détaillées sur l'hygiène à suivre du matin au soir, suivant les saisons.

Toutefois les méthodes préconisées par Hippocrate et ses disciples furent loin d'avoir partout gain de cause. Les ex-voto retrouvés à Epidaure trahissent une toute autre mentalité par la manière dont ils racontent les guérisons. Une femme, par exemple, restée enceinte durant cinq ans, fit un séjour dans le temple ; après quoi elle enfanta un garçon qui de lui-même prit un bain dans la source et se mit ensuite à gambader autour de sa mère.

§ 6. — Les sciences exactes aux Ve et IVe siècles av. J.-C. Ecoles d'Athènes et de Cyzique

Les écrits mathématiques et astronomiques de cette époque ne nous ont pas été conservés ; on peut cependant les reconstituer en quelque mesure par le témoignage d'écrivains postérieurs.

Les recherches arithmétiques se poursuivent dans la voie mystique ouverte par les Pythagoriciens, mais sans atteindre des résultats remarquables. La géométrie au contraire fait de rapides progrès.

L'un des maîtres de Platon THÉODORE de Cyrène pose le problème des incommensurables $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, etc., jusqu'à $\sqrt{17}$ (Platon, *Théétète*, 147, D).

Trois problèmes surtout retiennent l'attention ; car, si d'un côté ils s'imposent comme la généralisation naturelle de constructions géométriques plus simples, ils ne peuvent cependant pas être résolus directement par le moyen de la règle et du compas.

Ces trois problèmes restés fameux dans l'histoire des mathématiques sont : la trisection de l'angle, la quadrature du cercle et la duplication du cube (1). Ils provoquèrent de nombreuses et fécondes recherches et conduisirent peu à peu à la théorie des sections coniques.

Une première impulsion fut donnée par les sophistes. HIPPIAS d'Elis découvre tout d'abord la courbe appelée quadratrice. Cette courbe (fig. 5, p. 56) est obtenue par l'intersection du rayon mobile d'un cercle et d'une droite qui se meut parallèlement à elle-même de BC en OA dans le même temps que le rayon va de OB en OA. La courbe peut être construite par dichotomies successives de l'arc BA et de la droite BO. Cela fait, il suffit de partager BO en trois parties, pour pouvoir obtenir la trisection cherchée (Proclus, *Comm. Eucl.* I., p. 356, 11 et p. 272, 7 ; Pappus, I, p. 253).

Au point de vue analytique l'équation de la quadratrice résulte tout naturellement de l'égalité suivante dans laquelle r désigne le rayon de la quadratrice, a celui du cercle et θ l'angle AOR. On a en effet

$$\frac{\theta}{\frac{\pi}{2}} = \frac{r \sin \theta}{a},$$

d'où $$\pi r = 2a\theta \text{ cosec } \theta.$$

L'authenticité de la découverte d'Hippias a été souvent contestée ; P. Tannery la maintient toutefois après une minutieuse discussion (2).

Un autre sophiste ANTIPHON assimile les éléments derniers

(1) La duplication du cube est aussi appelée problème déliaque. D'après la légende, Apollon, consulté au sujet de la peste qui ravageait Athènes en 430, enjoignit pour y mettre fin de doubler le volume de l'autel de Délos qui était cubique. Les Athéniens crurent bien faire en doublant simplement les côtés de l'autel ; mais, le fléau ayant redoublé, ils reconnurent leur erreur et s'adressèrent alors à Platon. *Aristotelis opera* IV, p. 209, *scholies de Philopon aux Analytiques postérieures.*

(2) 28 TANNERY, *Mem. scientifiques*, II, p. 1.

de la ligne courbe à ceux de la ligne droite et il cherche la solution des problèmes proposés en regardant le cercle comme la limite d'un polygone dont le nombre des côtés devient infini. BRYSON d'Héraclée reprend cette conception

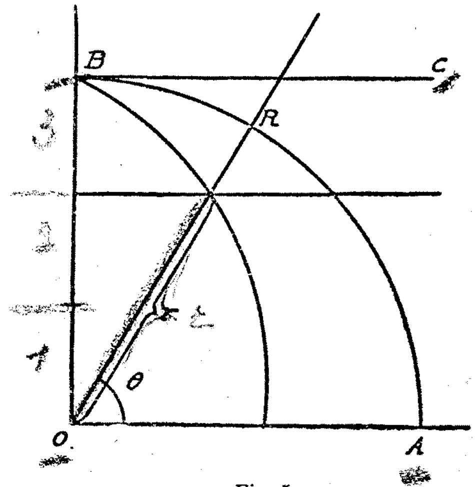


Fig. 5.

et la complète en envisageant à la fois des polygones inscrits et circonscrits. Mais ces deux sophistes semblent avoir postulé qu'il n'y a pas de différence essentielle entre le droit et la courbe (Simplicius : DIELS, *Vor.*, II, 594) et c'est pourquoi leurs solutions qui auraient pu être un trait de lumière restèrent suspectes, d'autant plus qu'elles faisaient intervenir directement l'infini.

Les discussions soulevées à ce propos devinrent si populaires qu'Aristophane a pu y faire directement allusion (*Oiseaux*, acte II, scène VI). « Ce sont, dit l'astronome Méton, des règles pour mesurer l'air. Car d'abord vous saurez que l'air est entièrement fait comme un four. C'est pourquoi appliquant par en haut cette règle courbe, puis posant le compas... j'appliquerai une règle droite et je prendrai si bien mes dimensions que je ferai un cercle carré »...

Ce MÉTON qu'Aristophane met en scène semble du reste avoir été un bon astronome. Il retrouva le cycle dit de Saros, qui dès lors porta son nom et qui servit à réformer le calendrier et à fixer les solennités religieuses.

Peu après les sophistes nous voyons apparaître les travaux des écoles d'Athènes et de Cnide qu'il est difficile de séparer, tant ils sont étroitement unis. D'après la tradition Hippocrate, Platon et Théétète appartiennent à l'école d'Athènes, tandis qu'Eudoxe, Ménéchème et Aristée représentent celle de Cnide.

Hippocrate de Chios naquit en 470 avant J.-C. Dépouillé de ses richesses par la douane athénienne, selon Eudème, par des pirates d'après Philopon (Diels, *Vor.*, I, p. 231, 27 et 30) il vint à Athènes pour implorer la justice et recouvrer ses biens. N'ayant pu obtenir gain de cause, il se voua à la philosophie et ouvrit une école de géométrie.

Le premier il composa un traité de géométrie, rompant ainsi avec la tradition pythagoricienne qui tenait secrètes les connaissances mathématiques ; par là il offrit une base solide à l'enseignement et préluda aux Eléments d'Euclide. Il introduisit aussi l'usage des lettres pour désigner les lignes et les figures, et c'est lui qui vraisemblablement créa la géométrie du cercle, au moyen des deux propositions suivantes :

Les cercles sont entre eux comme les carrés de leurs diamètres.

Des segments semblables sont entre eux comme les carrés de leurs cordes.

Hippocrate reconnut d'autre part que la duplication du cube se ramène à la recherche des moyennes proportionnelles

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{b}.$$

L'on a en effet $x^2 = ay$; $y^2 = xb$ d'où $x^4 = a^2xb$ et $x^3 = a^2b$. Si l'on pose maintenant $b = 2a$ on obtient $x^3 = 2a^3$, ce qui est la solution demandée.

La quadrature du cercle est, comme on le sait, un problème géométrique insoluble. En voulant le résoudre, Hippocrate fut cependant amené à plusieurs découvertes intéressantes sur les lunules. Il reconnut, par exemple, que la lunule AECD est égale à la moitié du triangle rectangle ACB. Pour le prouver il suffit de remarquer que le demi-cercle construit sur l'hypoténuse BC est égal en surface aux deux demi-cercles construits sur les côtés BA et AC qui sont égaux par hypothèse. Si l'on retranche les parties communes des demi-cercles (petits et grands) on obtient l'égalité cherchée (1).

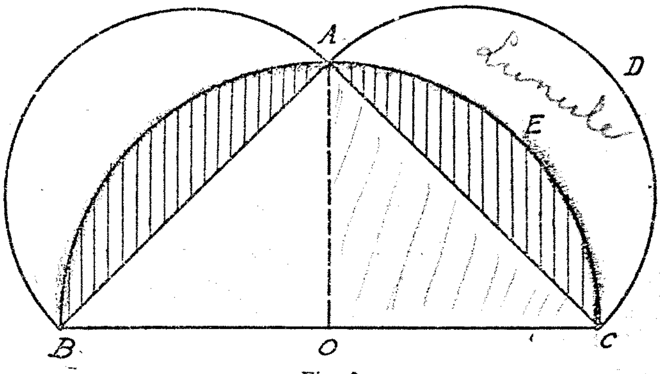


Fig. 6.

Ayant ainsi démontré qu'une surface limitée par des éléments curvilignes est égale à une surface limitée par des droites, Hippocrate estimait qu'il était possible de trouver un carré équivalent à un cercle.

Sans insister davantage, on voit combien l'œuvre de ce géomètre fut féconde. Archytas de Tarente la reprit en ce qui concerne la duplication du cube ; il indiqua une construction très élégante pour découvrir les moyennes proportionnelles, construction qui implique un sentiment déjà très net des « lieux géométriques ». En effet les deux moyennes proportionnelles cherchées s'obtiennent d'après Archytas par l'intersection des trois surfaces suivantes :

le cylindre $x^2 + y^2 = ax$

le cône $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{a^2}{b^2} x^2$

le tore $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2(x^2 + y^2)$

(1) 23 Rouse Ball, *Histoire des mathématiques* I, p 42

ce dernier étant engendré par la révolution d'un cercle autour de l'une de ses tangentes (1).

Quant à PLATON (427-347) on sait le prix qu'il attachait aux mathématiques. C'est à elles qu'il emprunte le fondement de son idéalisme. En effet la démonstration mathématique ne peut reposer sur l'observation des phénomènes sensibles, car la nature ne présente que des figures imparfaites. D'autre part, notre esprit ne saurait créer arbitrairement cette démonstration. Il existe donc au-dessus du monde sensible un monde d'idées dont notre esprit prend peu à peu connaissance. Ainsi se trouvent mis en échec le scepticisme et le sensualisme radical.

Sans faire de découvertes proprement dites, Platon a précisé les conditions de la recherche mathématique. Il insiste entre autres sur la nécessité de réduire au plus petit nombre possible les axiomes et les définitions. Il distingue également entre la méthode analytique qui permet de reconnaître si un problème est résoluble ou non, et la méthode synthétique qui effectue les solutions. Par là Platon rendit d'inappréciables services tant pour la recherche des propositions premières que pour l'exécution des constructions géométriques.

Ses conseils eurent pour effet d'amener une revision du traité de géométrie composé par Hippocrate. Cette revision fut faite tout d'abord par LÉON, puis par THEUDIOS de Magnésie, tous deux élèves de l'Académie (Proclus, *Comm. Eucl.* I, p. 66, 20 ; 67, 12).

Les directions données par Platon à l'astronomie ne furent pas moins importantes. La vision harmonieuse qu'il se fait du monde le pousse à ne pas considérer comme réels les mouvements irréguliers des planètes ; conservant l'axiome pythagoricien relatif au mouvement circulaire, il assigne à l'astronomie la tâche de rechercher par quelle combinaison de mouvements circulaires on peut rendre compte de l'apparence irrégulière que présente la marche des planètes (σώζειν τὰ φαινόμενα).

(1) 28 TANNERY, *Mém. sci.* II, p. 19.

Contemporain de Platon, EUDOXE de Cnide fut aussi bon géomètre qu'astronome. Né en 408, il étudie sous la direction d'Archytas à Tarente ; puis il s'établit avec ses disciples à Cyzique qu'il quitta momentanément pour tenter de vivre à Athènes.

Il découvrit à peu près tout ce qui forme le livre V d'Euclide sur les proportions. Il obtint ces résultats en élargissant la notion de proportionnalité de manière à embrasser toutes les grandeurs rationnelles ou irrationnelles. Il pose en effet que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si $ma \gtreqless nb$ en même temps que $mc \gtreqless nd$ (m et n étant des nombres arbitrairement choisis et a, b, c, d des grandeurs quelconques).

Il jette sur ces bases les fondements de la méthode d'exhaustion qu'Archimède devait si brillamment développer et qui a pour complément la réduction à l'absurde.

Pour satisfaire au programme astronomique tracé par Platon, il conçoit un système de sphères homocentriques dont Aristote conservera les lignes essentielles. C'est Eudoxe également qui dresse le catalogue d'étoiles, utilisé par Aratus au IIIe siècle dans sa poétique description du ciel étoilé ; c'est lui encore qui évalue à 400.000 stades la circonférence de la terre, évaluation qui sera acceptée par Aristote.

Son disciple MÉNÉCHÈME fut également remarquable. Précepteur d'Alexandre le Grand il aurait répondu à une question de son royal disciple en disant qu'il n'existait pas en géométrie de chemins privilégiés pour les rois (1).

Reprenant les suggestions d'Archytas il résoud le problème de la duplication du cube en cherchant le lieu où se coupent soit deux paraboles $x^2 = ay$; $y^2 = 2ax$, soit une parabole $x^2 = ay$ et une hyperbole $xy = 2a^2$.

Ces équations résultent immédiatement des moyennes proportionnelles posées par Archytas et par Hippocrate

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{2a}.$$

(1) Ce propos est également attribué à Euclide.

Ménèchème aurait montré en outre que ces courbes peuvent être obtenues par l'intersection d'un plan et d'un cône de révolution et il aurait ainsi ouvert la voie à la théorie des sections coniques.

§ 7. — Aristote et l'école péripatéticienne. Les sciences naturelles.

ARISTOTE (384-322 av. J.-C.) imprime à la science une orientation sensiblement nouvelle. Fils d'un médecin, il s'intéresse aux sciences naturelles et aux méthodes inductives non moins qu'à la métaphysique (1) et aux sciences exactes. D'abord disciple de Platon, il se sépare de l'Académie après la mort de son maître.

Les écrits qu'il a laissés sont aussi riches que variés. Ils ne sont pour la plupart et dans la forme où ils nous sont parvenus que des notes rédigées en vue d'un exposé oral ; comme tels ils constituent une véritable encyclopédie de tout le savoir à l'époque d'Aristote. Mais celui-ci ne s'est pas borné à recueillir, à systématiser et à discuter les opinions de ses devanciers et de ses contemporains. Il a créé des disciplines, entièrement nouvelles telles que la logique, la morphologie, les classifications biologiques.

Remarquons toutefois que, s'il possède pleinement les mathématiques élémentaires au point de les prendre comme illustration de sa logique, il ne paraît pas avoir compris l'intérêt qui s'attache aux hautes mathématiques. Les idées de fonction, de lieux géométriques lui sont restées étrangères et sur ce point il est inférieur à Platon (1).

Avec l'aide de l'astronome Callippe, Aristote cherche à parfaire le système d'Eudoxe en y introduisant des sphères compensatrices de façon à rendre solidaires les mouvements des planètes et celui de la voûte céleste.

Les phénomènes météorologiques ne le laissent pas indif-

(1) 21 MILHAUD, *Etudes*, p. 101 et sq.

(1) — La métaphysique est la connaissance des causes premières et des premiers principes. Aristote a écrit un livre à ce sujet.
Des théories générales et abstraites, on dit que c'est un langage métaphysique.
Tout ce qui est abstraction ou caractère de ce qui est abstrait est appelé métaphysique.

férent. La chaleur à ses yeux joue un rôle prépondérant ; c'est elle qui contribue à former les comètes, la voie lactée, les nuages, les vents, etc. L'arc-en-ciel n'est qu'un phénomène de réflexion : les gouttelettes des nuages jouent, à l'égard de la lumière solaire, le rôle de miroirs (*Météor.*, liv. III, ch. IV ; 373 a 32).

Quant à la physique, c'est en théoricien et même en métaphysicien qu'Aristote l'aborde ; il discute avec soin les notions de lieu, de mouvement, etc. ; mais il interprète le plus souvent les phénomènes d'une façon erronée, bien qu'il ait été sur le point de découvrir la pesanteur spécifique. Aux quatre éléments connus il ajoute avec Platon un cinquième, la quintessence. Par ses idées il a jusqu'à un certain point entravé le développement de la physique ; par contre il a exercé une influence heureuse sur l'évolution de l'alchimie et par conséquent de la chimie.

La collection d'écrits connue sous le nom de *problèmes* nous montre l'étendue et la variété de l'enseignement qui était donné dans l'école péripatéticienne, car elle s'occupe de médecine, de physiologie, de mathématiques, d'optique, de musique, de philologie, etc. Dans cette collection les *problèmes mécaniques* sont particulièrement remarquables, car à côté d'erreurs manifestes ils laissent entrevoir les lois les plus importantes de la mécanique (principe des vitesses virtuelles, parallélogramme des forces, loi de l'inertie, effet d'un mouffle). On peut voir là une influence des recherches entreprises par Archytas (1).

Mais, comme nous l'avons déjà dit, Aristote est avant tout un biologiste. On peut même prétendre que son système logique, dans la mesure où il vise la classification du réel, est foncièrement biologique (2). Aussi est-ce surtout dans les sciences naturelles que se révèlent les qualités maîtresses d'Aristote : génie créateur, don d'observation, faculté de

(1) *15* Heiberg, *Naturwiss.*, p. 35.
(2) *7* L. Brunschvicg, *Les Etapes*, p. 72.

découvrir et de comprendre les analogies, interprétation finaliste des phénomènes.

Non content de coordonner et d'expliquer tout ce qui a été fait avant lui, Aristote crée la zoologie scientifique et l'anatomie comparée. Il classe les animaux avec une sûreté remarquable, plaçant, par exemple, la baleine parmi les mammifères contrairement à l'opinion courante de son époque. Ses deux ouvrages intitulés *de partibus animalium* et *de generatione animalium* abondent en observations et en raisonnements analogiques d'une grande exactitude. Le fait est d'autant plus surprenant qu'Aristote était privé des ressources de la technique moderne, du microscope en particulier.

De tels résultats sont obtenus à force de patience et d'ingéniosité. Aristote puise ses renseignements auprès des pêcheurs, des chasseurs, des bergers, etc. ; mais il les soumet à un sévère contrôle. Il observe lui-même, dissèque et vérifie. Par une méthode foncièrement inductive et empirique il écarte volontairement dans ce domaine la spéculation philosophique.

Sans doute il tire parfois des conclusions trop hâtives et il méconnaît les résultats exacts trouvés par ses devanciers, surtout dans les sciences médicales. Mais en général il a le grand mérite de tenir compte de l'opinion de tous ceux qui l'ont précédé ; par là il est le créateur de la méthode historique.

C'est une contradiction.

Sa tâche dans ce domaine fut reprise par ses disciples. C'est ainsi que THÉOPHRASTE, celui-là même dont La Bruyère a imité les caractères, nous a laissé un livre précieux renfermant les opinions des anciens penseurs sur la philosophie naturelle. MÉNON d'autre part écrivit l'histoire de la médecine, EUDÈME, celle de l'astronomie et des mathématiques, ARISTOXÈNE, celle de la musique.

L'œuvre de Théophraste est surtout importante non seulement par les renseignements, mais aussi par les remarques critiques qu'elle renferme. Outre la philosophie naturelle elle comprend un traité *sur les sensations* et un autre *sur la botanique*, tous deux remplis d'observations justes et étendues.

Selon Heiberg, le plus grand éloge que l'on puisse faire des connaissances et des méthodes de l'école aristotélicienne en matière de zoologie et de botanique, c'est que cette école fut à même de décrire et de classer les specimens jusqu'alors inconnus de la faune et de la flore qui furent rapportées à la suite de l'expédition d'Alexandre le Grand aux Indes (1).

Dans un autre domaine, il faut mentionner les peintures ethnographiques d'ARISTOBULE, la description géographique des côtes méridionales faite par NÉARQUE, le traité systématique de géographie de DICÉARQUE, disciple de Théophraste et auteur très apprécié par Cicéron.

Les deux petits écrits d'AUTOLYCUS (géométrie sphérique appliquée à l'astronomie) sont intéressants à signaler, car ce sont les plus anciens ouvrages de sciences exactes qui nous soient parvenus.

HÉRACLIDE DU PONT, ami et contemporain d'Aristote, s'occupa également d'astronomie ; il conçut un ingénieux système d'héliocentrisme partiel et contrairement à l'opinion d'Aristote il soutint que l'univers est infini.

STRATON de Lampsaque est surtout connu par ses travaux physiques ; il combattit l'opinion de Démocrite selon laquelle il existerait un espace vide continu ; il admet cependant sur la foi de l'expérience la réalité de petits espaces vides, distribués d'une façon discontinue à l'intérieur des corps (2).

(1) 15 HEIBERG, *Naturwiss*, p. 38.
(2) G. RODIER, *La Physique de Straton de Lampsaque*. Alcan, 1890

CHAPITRE II

Période alexandrine

(de 300 *au* Iᵉʳ *siècle de l'ère chrétienne)*

Si les conquêtes d'Alexandre le Grand font pénétrer en Orient la langue et la science grecques, elles ont d'autre part pour résultat d'en bouleverser les conditions d'existence.

La Grèce perd son originalité créatrice en même temps que son autonomie politique. Athènes, sans doute, reste bien le centre matériel des écoles philosophiques ; mais en réalité ce sont d'autres villes, parmi lesquelles Alexandrie surtout, qui deviennent les foyers de la vie intellectuelle.

Celle-ci change de caractère ; au lieu de s'épanouir comme par le passé dans de petits états démocratiques, elle se concentre dans les capitales des royaumes qui surgissent sur les débris de l'empire d'Alexandre ; par là elle se confine dans des cercles de plus en plus fermés, car malgré sa diffusion la langue grecque avec les nuances de syntaxe et de vocabulaire qui la caractérisent reste étrangère aux masses de l'Asie mineure et de l'Egypte. Les œuvres classiques qu'elle avait produites ne peuvent plus être goûtées que d'une élite.

Il en résulte des conditions défavorables pour la production littéraire et philosophique. Celle-ci, en s'adressant à un groupe étroit de lecteurs, n'est plus vivifiée par l'inspiration populaire ; elle se perd alors dans le raffinement, la préciosité et l'érudition (1).

Pour les sciences proprement dites, cet état de choses est au contraire très avantageux. Vu la diffusion de la culture grecque dans tout le bassin oriental de la Méditerranée, les spécialistes sont toujours sûrs de rencontrer des savants capables de les comprendre ; grâce à la munificence des princes ils disposent des ressources nécessaires à leurs travaux et la sage administration du royaume leur assure la tranquillité d'esprit dont ils ont besoin pour leurs réflexions. Les petits états démocratiques de la Grèce, sans cesse en proie à des révolutions, avaient été loin d'offrir une paix et une indépendance matérielle semblables.

La dynastie des Ptolémées se fait surtout remarquer par son intelligente initiative en imposant Alexandrie comme le centre nouveau et incontesté de la culture hellénique. Le fondateur de cette dynastie appelle auprès de lui Démétrius de Phalère, puis Straton de Lampsaque, tous deux représentants de la science et de la tradition aristotéliciennes ; mais c'est son fils Ptolémée II (Philadelphe) qui, à l'instar des milliardaires américains, fonde un Muséum où les savants sont entretenus largement à la seule condition de faire progresser les sciences. Il fait en outre construire deux grandes bibliothèques dont les œuvres d'Aristote formèrent le noyau et qui cinquante ans après leur fondation comptaient plus de 600.000 manuscrits. A cela s'ajoute un commerce intense de librairie et d'éditions favorisé par le fait que l'Egypte a le monopole du papyrus.

Grâce à ces conditions exceptionnelles Alexandrie devint rapidement le refuge des étudiants et des professeurs; les savants mêmes qui ne l'habitent pas soutiennent avec elle d'étroits rapports. Aussi les sciences dans tous les domaines font-elles de rapides progrès et se trouvent-elles au IIIe siècle av. J.-C. atteindre leur apogée.

(1) 15 Heiberg, *Naturwiss.*, p. 42.

§ 1. — Mathématiques, physique et mécanique

Les mathématiques de cette période sont représentées par trois grands noms qui dominent toute l'antiquité : Euclide, Archimède et Apollonius.

D'Euclide (330-270) nous ne savons pas grand chose, sinon qu'il fut appelé par Ptolémée Soter à Alexandrie pour y enseigner les mathématiques. C'est là qu'il rédigea les *Eléments* qui l'ont rendu célèbre et qui traduits presque textuellement ont été utilisés dans les collèges anglais jusqu'à ces dernières années. La gloire d'Euclide fut si grande qu'au moyen âge déjà son existence fut mise en doute. D'après les commentateurs de cette époque le nom d'Euclide n'est pas celui d'un personnage réel ; il s'applique au livre même des *Eléments* et signifie la clef de la géométrie (ὔκλι, clef, δις, géométrie). Cette hypothèse, est-il besoin de le dire, est plus ingénieuse que fondée (1).

Sans doute les *Eléments* n'ont pas été créés de toutes pièces par Euclide. Celui-ci a fait de larges emprunts à ses prédécesseurs ; mais il a eu le mérite incontestable de développer et de coordonner en une logique impeccable tout le travail géométrique accompli avant lui. Par là il a mis en pleine lumière le caractère essentiellement rationnel de la géométrie ; il a montré que, certains principes étant posés, la suite des propositions mathématiques se déroule d'une façon irrésistible.

Il procède, il est vrai, d'une façon synthétique en allant du simple au composé, c'est-à-dire en partant des figures les plus élémentaires pour aboutir aux figures les plus compliquées (2). L'analyse moderne suit une marche différente. Par exemple, pour étudier les courbes du second degré celle-ci commence par poser l'équation générale des coniques, puis

(1) 23 Rouse Ball, *Hist. des math.*, I, p. 55.
(2) 29 Zeuthen, *Histoire des mathématiques*, p. 93.

par des restrictions successives elle détermine le cercle, l'ellipse, la parabole, etc.

Cela étant, les *Eléments* se composent de 13 livres, dont chacun est précédé de définitions qui précisent le sens, l'usage et les limites des concepts employés.

Le premier livre renferme en outre 5 postulats et 5 axiomes qui, joints aux définitions, doivent assurer la construction logique de tout édifice. Il faut certainement voir dans ce souci de distinguer avec rigueur la nature des propositions premières la conséquence des recherches platoniciennes sur les fondements des mathématiques.

L'ordre, ainsi adopté par Euclide, n'en a pas moins été souvent critiqué déjà par les Anciens ; mais les recherches modernes en ont montré la légitimité. Même le fameux postulat concernant les parallèles a été reconnu pour ce qu'il était dans la pensée d'Euclide, à savoir une proposition qui assure l'existence d'un point d'intersection entre deux droites si la somme des angles internes formés par ces droites et une sécante est inférieure à π. Les quatre autres postulats du reste ont également pour but de fonder l'existence et l'unicité des éléments nécessaires aux constructions géométriques ; sinon ces dernières ne pourraient être démontrées rigoureusement.

Les axiomes de même n'ont pas d'autre rôle que de faire connaître aussi brièvement et aussi complètement que possible les conditions d'égalité et d'inégalité relatives aux grandeurs géométriques.

Une fois posés tous ces fondements l'édifice géométrique peut se construire de théorème en théorème sans aucun appel à l'intuition.

Quand à leur contenu les livres qui forment *les Eléments* se divisent comme suit : I, droites, triangles, parallélogrammes, théorème de Pythagore ; II, algèbre géométrique ; III, cercle, angles ; IV, polygones inscrits et circonscrits. Ces quatre premiers livres sont certainement empruntés à la tradition pythagoricienne, car ils évitent de faire usage des proportions, alors même que cet usage s'impose comme plus naturel (1). Le livre V qui traite précisément des proportions est tout entier inspiré par les travaux d'Eudoxe. Le livre VI étudie la similitude des figures. Les livres VII-IX utilisent les travaux de Théétète et concernent les nombres rationnels, les progressions et les proportions continues. Quant au livre X (grandeurs irrationnelles) il semble être entièrement l'œuvre d'Euclide. Pour traiter toutes ces questions, ce dernier emploie la méthode graphique qui consiste à représenter les nombres par des lignes et qui a l'avantage de fournir des démonstrations applicables à tous les nombres, rationnels ou irrationnels. Les livres XI-XIII enfin s'occupent de la géométrie dans l'espace et s'inspirent de Pythagore et de Platon ; ils sont moins achevés que les précédents ; ils sont restés à l'état d'essai. Par exemple la congruence et la symétrie ne sont pas nettement distinguées et dans l'enchaînement des preuves il y a parfois des hiatus.

Dans l'ensemble *les Eléments* présentent des défauts de méthode et de détail que nous aurons à examiner plus loin; ils n'en restent pas moins une œuvre admirable, dont les éditions qui se sont succédées au cours des siècles depuis l'antiquité jusqu'au moyen âge et depuis la Renaissance jusqu'à nos jours prouvent la solidité et le succès (2).

Outre les *Eléments* Euclide a laissé un recueil de *Data* dont le but est de faciliter l'étude analytique des théorèmes. Ce recueil a le même contenu que les six premiers livres des *Eléments ;* mais l'énoncé des problèmes s'y présente sous forme des conditions suivant lesquelles une figure géométrique est donnée ou plutôt déterminée. Par exemple, « si 2 droites renferment un espace donné et forment entre elles un angle donné, si de plus leur somme est donnée, alors chacune de ces droites sera donnée », proposit. 85.

(1) 26 TANNERY, *Géom. grecque*, p. 98.
(2) Sur l'histoire de ces éditions, voir : 17 LORIA, *Scienze esatte*, p. 190 et sq. et 6 BOYER, *Histoire des mathématiques*, p. 29.

par des restrictions successives elle détermine le cercle, l'ellipse, la parabole, etc.

Cela étant, les *Eléments* se composent de 13 livres, dont chacun est précédé de définitions qui précisent le sens, l'usage et les limites des concepts employés.

Le premier livre renferme en outre 5 postulats et 5 axiomes qui, joints aux définitions, doivent assurer la construction logique de tout édifice. Il faut certainement voir dans ce souci de distinguer avec rigueur la nature des propositions premières la conséquence des recherches platoniciennes sur les fondements des mathématiques.

L'ordre, ainsi adopté par Euclide, n'en a pas moins été souvent critiqué déjà par les Anciens ; mais les recherches modernes en ont montré la légitimité. Même le fameux postulat concernant les parallèles a été reconnu pour ce qu'il était dans la pensée d'Euclide, à savoir une proposition qui assure l'existence d'un point d'intersection entre deux droites si la somme des angles internes formés par ces droites et une sécante est inférieure à π. Les quatre autres postulats du reste ont également pour but de fonder l'existence et l'unicité des éléments nécessaires aux constructions géométriques ; sinon ces dernières ne pourraient être démontrées rigoureusement.

Les axiomes de même n'ont pas d'autre rôle que de faire connaître aussi brièvement et aussi complètement que possible les conditions d'égalité et d'inégalité relatives aux grandeurs géométriques.

Une fois posés tous ces fondements l'édifice géométrique peut se construire de théorème en théorème sans aucun appel à l'intuition.

Quand à leur contenu les livres qui forment *les Eléments* se divisent comme suit : I, droites, triangles, parallélogrammes, théorème de Pythagore ; II, algèbre géométrique ; III, cercle, angles ; IV, polygones inscrits et circonscrits. Ces quatre premiers livres sont certainement empruntés à la tradition pythagoricienne, car ils évitent de faire usage des proportions, alors même que cet usage s'impose comme plus naturel (1). Le livre V qui traite précisément des proportions est tout entier inspiré par les travaux d'Eudoxe. Le livre VI étudie la similitude des figures. Les livres VII-IX utilisent les travaux de Théétète et concernent les nombres rationnels, les progressions et les proportions continues. Quant au livre X (grandeurs irrationnelles) il semble être entièrement l'œuvre d'Euclide. Pour traiter toutes ces questions, ce dernier emploie la méthode graphique qui consiste à représenter les nombres par des lignes et qui a l'avantage de fournir des démonstrations applicables à tous les nombres, rationnels ou irrationnels. Les livres XI-XIII enfin s'occupent de la géométrie dans l'espace et s'inspirent de Pythagore et de Platon ; ils sont moins achevés que les précédents ; ils sont restés à l'état d'essai. Par exemple la congruence et la symétrie ne sont pas nettement distinguées et dans l'enchaînement des preuves il y a parfois des hiatus.

Dans l'ensemble *les Eléments* présentent des défauts de méthode et de détail que nous aurons à examiner plus loin; ils n'en restent pas moins une œuvre admirable, dont les éditions qui se sont succédées au cours des siècles depuis l'antiquité jusqu'au moyen âge et depuis la Renaissance jusqu'à nos jours prouvent la solidité et le succès (2).

Outre les *Eléments* Euclide a laissé un recueil de *Data* dont le but est de faciliter l'étude analytique des théorèmes. Ce recueil a le même contenu que les six premiers livres des *Eléments ;* mais l'énoncé des problèmes s'y présente sous forme des conditions suivant lesquelles une figure géométrique est donnée ou plutôt déterminée. Par exemple, « si 2 droites renferment un espace donné et forment entre elles un angle donné, si de plus leur somme est donnée, alors chacune de ces droites sera donnée », proposit. 85.

(1) *26* Tannery, *Géom. grecque*, p. 98.
(2) Sur l'histoire de ces éditions, voir : *17* Loria, *Science esatte*, p. 190 et sq. et *6* Boyer, *Histoire des mathématiques*, p. 29.

Un autre recueil, les *Porismes*, avait un but analogue ; il indiquait, ce qui peut être construit, certaines conditions étant données. Cet ouvrage est malheureusement perdu; plusieurs savants ont tenté de le reconstituer d'après quelques textes mutilés de Pappus; mais toutes ces tentatives (y compris celle de Chasles) sont restées vaines (1).

Deux autres ouvrages sont également perdus. Le premier concernait *les surfaces comme lieux géométriques ;* le deuxième donnait, en s'inspirant des travaux de Ménéchème et d'Aristée, les *Eléments des sections coniques ;* il fut rapidement supplanté par les travaux d'Apollonius ; mais on a pu le reconstituer en partie.

Quant à l'ouvrage intitulé *conclusions erronées* aucun vestige n'en a été conservé. Nous pouvons seulement supposer que cet ouvrage était conçu sur le type des « arguments sophistiques » d'Aristote et qu'il renfermait des remarques historiques du plus haut intérêt. Une autre dissertation dont le texte arabe seul nous est parvenu indiquait sous le titre *du partage des figures* comment les triangles, les quadrilatères et les cercles peuvent être partagés en parties égales ou suivant un certain rapport (2).

Enfin et toujours en vue de l'enseignement, Euclide a composé des livres d'optique (ou mieux encore de perspective), d'astronomie et d'acoustique mathématiques. Par ses préoccupations didactiques Euclide diffère essentiellement d'Archimède que son génie créateur place parmi les plus grands mathématiciens de tous les temps.

Archimède (287-212) naquit à Syracuse (3) ; peut-être parent du roi Hiéron, il fut en tout cas l'un de ses familiers. C'est d'ailleurs à Gélon, fils d'Hiéron, qu'il adresse le curieux problème de l'Arénaire (1) relatif au nombre de grains de sable

[illegible] page 74

(1) 17 Loria, *Science esatte*, p. 259 et sq.
(2) 15 Heiberg, *Naturwiss.*, p. 50.
(3) Pour l'étude critique de la vie et des œuvres d'Archimède, consulter P. ver Eecke, *Les Œuvres complètes d'Archimède*, Paris 1921. T. L. Heath, *The works of Archimèdes*, Cambridge 1897.

…itre d'un opuscule d'Archimède dans lequel il donne le moyen d'écrire u…
…mbre capable d'exprimer la quantité des grains de sable qui seraient con…
…ns le volume d'une sphère dont le rayon s'étendrait de la terre aux éto…
…te quantité, qu'il était fort difficile d'écrire dans la numération [illegible]…
…composerait, dans la nôtre, du nombre 64 suivi de 61 zéros. Ce nombr…

que pourrait contenir l'univers. Malgré les avantages qu'Alexandrie pouvait lui offrir, il préféra vivre dans sa patrie à laquelle il fut très attaché.

Dans ses écrits, par exemple, il utilise le dialecte local plutôt que la langue courante, prouvant par là son patriotisme et son indépendance de caractère. Mais c'est surtout pendant le siège de Syracuse qu'il met ses talents au service de son pays. Par ses admirables inventions (catapultes, engins briseurs de vaisseaux, etc.) il tient en échec les armées et la flotte romaines, dirigées par Marcellus. Polybe (livre VIII, fgmt. IV), Tite livre (livre XXIV, ch. 34), Plutarque nous ont laissé le récit de ces inventions ; ils passent toutefois sous silence l'incendie des vaisseaux au moyen de miroirs disposés circulairement. Ce fait n'est relaté pour la première fois que par Lucien de Samosate au IIe siècle, et pour cette raison il reste douteux, bien que physiquement il puisse être réalisé, ainsi que Buffon l'a montré.

La ville de Syracuse prise, on sait comment Archimède aurait été brutalement tué par un soldat contre la volonté expresse de Marcellus et comment Cicéron aurait retrouvé bien des années après son tombeau (*Tusculanes*, liv. V, ch. 23).

Selon son propre témoignage (édition Heiberg, II, p. 248, 8) Archimède fut initié à l'astronomie par son père Pheidias ; il eut ensuite pour ami et compagnon d'études Conon et se montra sans rival pour la construction d'appareils astronomiques. Il agença en particulier deux planétaires qui furent emportés à Rome après la prise de Syracuse. L'un fut placé dans le temple de la Victoire, l'autre fut conservé par la famille de Marcellus et put encore être admiré par Cicéron qui en parle en ces termes : « Ce qu'il y a d'admirable dans l'invention d'Archimède, c'est d'avoir su dans des mouvements si divers reproduire avec un seul moteur le cours inégal et différent de tous les astres » (*Repub.*, I, ch. 14). Dans un autre domaine, l'étude de l'astronomie a certainement poussé Archimède à s'occuper de catoptrique (loi de réfraction) et à créer un ingénieux système de numération pour évaluer des nombres aussi grands que l'on veut.

Après avoir bénéficié de l'enseignement paternel, Archimède, ainsi que le rapporte Diodore de Sicile, dut séjourner assez longtemps en Egypte, car sans cela il n'aurait pas fait paraître ses ouvrages à Alexandrie en les dédiant à Eratosthène, Conon et Dosithée qui habitaient cette ville. Il a dû probablement faire durant ce séjour de pénibles expériences auprès de certains professeurs pédants, car à propos de problèmes posés par Conon et dont la solution est impossible, il dit ceci : « en sorte que ceux qui prétendent les avoir trouvés tous, sans en produire aucune démonstration, sont convaincus d'imposture, puisqu'ils se vantent d'avoir trouvé une démonstration qui en fait est impossible » (édition Heiberg, II, p. 5).

C'est également en Egypte, si l'on en croit Diodore de Sicile, qu'Archimède a découvert la vis qui porte son nom, appelée aussi limaçon ou pompe spirale. Cette pompe consiste en un tube ouvert à ses deux extrémités et tordu en forme de tire-bouchon. Inclinée convenablement sur la verticale et mise en rotation autour de son axe, elle élève l'eau dans laquelle sa partie inférieure est plongée. Il reste douteux cependant qu'un appareil de ce genre n'ait pas été utilisé en Egypte avant Archimède.

De même, on ne sait pas au juste comment Archimède a effectué le lancement du grand vaisseau qu'Hiéron avait fait construire et que les Syracusains ne pouvaient tirer hors du chantier de cale (Proclus, *Comm. Eucl.* I, p. 63, 19). D'après Plutarque l'engin utilisé était composé de cordages et de poulies ; mais l'usage des mouffles était connu dès Archytas. Il est donc plus probable qu'il s'agissait d'une vis sans fin, actionnant un système de roues dentées (1).

Quoiqu'il en soit, c'est en méditant sur la construction de ces engins qu'Archimède fut amené à formuler les lois exactes de la mécanique. La tâche qu'il assigne à cette

(1) Ver Eecke, ouvrage cité, p. XIII

science, à savoir : « mouvoir un poids donné avec une puissance donnée » n'est que la traduction théorique de la phrase célèbre : « donne-moi où je puisse me tenir ferme et j'ébranlerai la terre », phrase qui fut prononcée précisément après le lancement du vaisseau dont nous avons rappelé les difficultés.

C'est pourquoi il est très vraisemblable que les écrits par lesquels Archimède a fondé la mécanique rationnelle (tout au moins sous sa forme statique) remontent aux premières années de son activité scientifique.

Peut-être a-t-il aussi découvert à ce moment la méthode infinitésimale d'intégration, basée sur la mécanique et qu'il utilisera concurremment avec la méthode d'exhaustion pour déterminer les surfaces et les volumes.

Des ouvrages qu'il a composés, nous ne possédons que les suivants :

De la sphère et du cylindre. Enoncé de cinq postulats qui, en l'absence de toute considération sur l'infini mathématique permettent la démonstration des problèmes proposés : aire de la sphère équivalente à quatre grands cercles ; rapport en surface et en volume de la sphère au cylindre qui lui est circonscrit ; sphère équivalente à un cône ou à un cylindre donnés ; segments sphériques. Plusieurs propositions restent obscures parce qu'Archimède s'adressant aux savants de son époque les suppose connues. C'est pour lever ces obscurités qu'EUTOCIUS a écrit son commentaire, riche d'autre part en renseignements historiques précieux.

De la mesure du Cercle. Cercle équivalent à un triangle rectangle dont l'un des côtés de l'angle droit est égal au rayon, l'autre à la circonférence du cercle, à savoir

circonférence

$$\pi R^2 = \frac{2\pi R \times R}{2} \text{ ou } \left(\frac{H}{2} \times B\right) = \frac{R}{2} \times D\pi = \left(\frac{R}{2} \times 2R\pi\right) = \pi R^2$$

Puis théorème prouvant que le rapport de la circonférence au diamètre est compris entre

$$3\,\frac{10}{70} \qquad \text{et} \qquad 3\,\frac{10}{71}.$$

circonférence $D\pi$ =
40 m/m × 3.1416 = 125 m/m 664

Cercle:
$\pi \times R^2$
20 m/m × 20
400 m/m²
3.1416 × 400
1256.6400 m/m²

Triangle rectangle:
$\frac{H}{2} \times B$
$\frac{20}{2} \times 125{,}664$ m/m
$10 \times 125.664 = 1256{,}64$ m/m²

20 m/m

125,664 m/m

Des conoïdes et des sphéroïdes. Dans cet écrit les courbes du 2e degré sont encore définies par le moyen d'une section plane faite perpendiculairement à la génératrice d'un cône droit. Suivant que celui-ci est rectangle, obtusangle ou acutangle, on obtient une parabole, une hyperbole ou une ellipse. Ces courbes par révolution autour de leur axe engendrent ce qu'Archimède appelle un conoïde rectangle (paraboloïde de révolution) un conoïde obtusangle (hyperboloïde de révolution) et des sphéroïdes allongé ou aplati (ellipsoïdes de révolution (fig. 7).

Parmi les résultats trouvés par Archimède, on peut citer ceux-ci : Le segment de paraboloïde de révolution vaut une fois et demie le cône ayant même base et même axe que ce segment.

Deux segments découpés dans un paraboloïde de révolution par des plans quelconques sont entre eux comme les carrés de leurs axes.

Pour établir ces démonstrations Archimède utilise la méthode d'exhaustion qui consiste à resserrer la grandeur cherchée entre deux grandeurs connues dont la différence peut devenir plus petite que toute quantité donnée.

L'ouvrage *des Spirales* renferme l'étude de la courbe à laquelle Archimède a laissé son nom et qui est décrite par un rayon vecteur croissant uniformément avec l'angle vecteur : $r = c\theta$.

L'écrit intitulé *De l'Equilibre des Plans* établit tout d'abord la théorie de l'équilibre du levier, puis énonce et démontre divers théorèmes relatifs aux centres de gravité du parallélogramme, du triangle et du trapèze rectiligne.

in page 70 *L'Arénaire* constitue un des documents les plus précieux que nous possédions sur l'astronomie et le système de numération des Grecs. C'est là entre autres qu'est signalé le système héliocentrique d'Aristarque de Samos (édition Heiberg, II. p. 244, 12). Pour évaluer des nombres aussi grands que l'on veut, Archimède utilise deux progressions, l'une arithmétique, l'autre géométrique, la première servant à trouver un terme quelconque de la seconde.

De la Quadrature de la Parabole évalue l'aire de la parabole, d'abord par des procédés de géométrie pure (méthode d'exhaustion) puis par des considérations d'équilibre (méthode mécanique infinitésimale).

Le traité *Des Corps flottants* établit les lois fondamentales de l'hydrostatique ; état d'équilibre d'un fluide ; position d'équilibre d'un solide plongé dans un fluide suivant la densité qu'il possède par rapport à ce fluide. Une légende rapportée par Vitruve (liv. IX, 215, 10) veut qu'Archimède ait découvert les lois de l'hydrostatique alors qu'il se baignait en songeant à la couronne d'or falsifiée par l'orfèvre du roi Hiéron.

Quant au traité *de la Méthode relative aux théorèmes mécaniques* il a été découvert dernièrement sur un palimpseste (1) de Jérusalem. On y trouve précisé et développé par de nouveaux exemples l'emploi de l'intégration mécanique infinitésimale (1).

Les *Lemmes* sont un ouvrage peut-être apocryphe. Quant au célèbre *Problème des bœufs* il fut posé par Archimède sous forme d'une épigramme de quarante-sept vers. Il se rapporte au calcul du nombre des bœufs qui composent un troupeau, étant donné qu'ils sont parqués dans l'ordre d'une figure régulière et que les animaux de couleurs différentes se présentent dans des proportions successivement dépendantes les unes des autres.

L'œuvre d'Archimède est à la fois si profonde et si originale que l'on souscrit sans peine au jugement de Leibniz : « celui qui comprend Archimède et Apollonius admire avec plus de réserve les inventions des plus grands savants modernes ».

Apollonius de Perge (260-200) est en effet le troisième grand mathématicien de cette période. Pappus le représente comme vaniteux et toujours prêt à déprécier le mérite des

(1) Voir les articles de Th. Reinach et P. Painlevé dans *Revue générale des Sciences pures et appliquées*, 30 novembre et 15 décembre 1907.

(1) Manuscrit ancien dont on avait effacé l'encre pour écrire de nouveau dessus. On a depuis longtemps trouvé le moyen de faire revivre la 1ère écriture.

autres géomètres (Pappus, édition Hultsch, p. 678). En réalité, nous ne savons pas grand chose de lui, sinon qu'il était surnommé epsilon, probablement à cause de la salle où il donnait ses cours et qui portait le chiffre $\varepsilon = 5$. Il professa plusieurs années à Alexandrie, puis dans l'université de Pergame qui venait d'être fondée ; après quoi il revint à Alexandrie où il resta jusqu'à sa mort (1).

De son œuvre magistrale sur les *Sections coniques* nous ne possédons dans l'original grec que les quatre premiers livres; les trois suivants nous ont été conservés dans une traduction arabe ; mais le huitième et dernier est entièrement perdu.

Ces livres sont dédiés en partie à Eudème, en partie à Attalus que certains identifient avec Attalus I, roi de Pergame. Dans ces dédicaces, Apollonius précise le rapport de ses propres découvertes avec celles de ses devanciers. Il montre comment dans les quatre premiers livres de son ouvrage il a généralisé et étendu les éléments de la théorie connus jusqu'à lui. Le troisième livre en particulier énonce de nouvelles propositions qui permettent de résoudre un problème imparfaitement traité par Euclide ; le quatrième rectifie les résultats de Conon relatifs aux points de contact et d'intersection des coniques entre elles. Le reste de l'ouvrage renferme des développements plus étendus sur les propriétés des coniques et sur leurs applications (2).

Géomètre grec d'Alexandrie du III^e s. av. J.-C.

En fait, ce qu'il y a de véritablement nouveau dans l'œuvre d'Apollonius (1) c'est la définition même des sections coniques. Archimède et Euclide définissaient ces dernières comme les sections faites perpendiculairement à l'arête de cônes droits, c'est-à-dire de cônes dont l'axe est perpendiculaire au cercle de base, mais dont l'angle au sommet peut être droit, obtus ou aigu (fig. 7). Apollonius montre que la parabole, l'hyperbole et l'ellipse peuvent être obtenues par des sections faites sur un seul et même cône oblique à base circulaire.

Si par l'axe de ce cône on mène un plan perpendiculaire

(1) 23 Rouse Ball, *Histoire des mathématiques*, p. 81.
(2) 15 Heiberg, *Naturwiss.*, p. 56.

(1) Apollonius de Perga (pour le distinguer de Apollonius Rhodes, poète et grammairien d'Alexandrie, auteur érudit, élo- et profond. (III^e s. av. J. Ch.), et de Apollonius de Tyane, philosophe pythagoricien, qui fit de prétendus miracles que les païens [mi]rent en parallèle avec ceux de J.-C. Mort en 97.)

au cercle de base on obtient le triangle par l'axe, formé par les deux arêtes du cône et par le diamètre du cercle de base. Abaissons maintenant un plan perpendiculaire à ce triangle par l'axe, les côtés de ce dernier seront coupés en deux points qui seront les sommets de la courbe. Une même construction géométrique permet alors de trouver un rapport indiquant si cette courbe ou section conique est une ellipse, une hyperbole ou une parabole.

Les opérations géométriques sur les lignes et les surfaces jouent ainsi le même rôle que les équations algébriques dans la géométrie analytique.

Mais Apollonius ne se borne pas à un exposé de théories générales ; il applique ces dernières à des problèmes nombreux et difficiles, étudiant avec soin leurs conditions de possibilité. Les recueils de ces problèmes restèrent longtemps en usage dans l'école d'Alexandrie ; ils se perdirent ensuite, sauf celui qui nous a été conservé dans une traduction arabe.

Dans une dissertation, par malheur aussi perdue, Apollonius étudie les *fondements des mathématiques* et les fragments qui nous en sont parvenus témoignent de son désir de rattacher les concepts mathématiques à la réalité, de réduire le nombre des propositions premières et d'en légitimer la portée dans les *Eléments* d'Euclide.

Pour autant que nous le savons, les autres ouvrages publiés par Apollonius avaient également pour but de reprendre et d'approfondir des questions déjà étudiées par Euclide et par Archimède. Un opuscule, par exemple, sur *les Incommensurables non classés* et un autre sur *le dodécaèdre* (1) *et l'icosaèdre* (2) sont nettement inspirés d'Euclide, tandis que les recherches concernant la *ligne hélicoïdale*, le *calcul abrégé* et les *miroirs brûlants* ont été suggérées par Archimède.

Signalons enfin un traité astronomique sur les stations et les rétrogradations des planètes, traité qui nous permet d'attribuer à Appolonius l'ingénieuse théorie des épicycles (1).

(1) 15 HEIBERG, *Naturwiss.*, p. 58.

(1) Solide régulier terminé par 12 pentagones égaux. } taille pierre précieuse
(2) corps solide qui a 20 faces

…tit Larousse

Comme mathématiciens appartenant à la période alexandrine, il faut encore citer NICOMÈDE, l'inventeur de la conchoïde ($r = a$ sec $\theta \pm d$) et DIOCLÈS, l'inventeur de la cissoïde ($y^2(2a - x) = x^3$) ; ces courbes servaient l'une et l'autre à résoudre la trisection de l'angle et la duplication du cube. Quant à GEMINUS il a laissé une histoire des mathématiques très précieuse.

En même temps que les mathématiques, la mécanique pratique prend un développement remarquable en rapport avec l'importance de plus en plus grande qui est donnée aux machines de combat pour assiéger et pour défendre les villes fortes.

L'honneur d'avoir créé la technique de cette mécanique pratique revient à CTÉSIBIOS, contemporain d'Archimède et qui vécut à Alexandrie vers le milieu du IIIe siècle av. J.-C. Il construisit, par exemple, de lourds canons qui étaient actionnés en partie par de l'air comprimé. Ses ouvrages sont malheureusement perdus, mais nous en retrouvons l'essentiel dans la *Mécanique* publiée par son successeur immédiat PHILON de Byzance et dont plusieurs fragments nous sont parvenus (1). Une introduction générale est placée en tête de cet ouvrage capital à tous égards. Puis vient la description des machines de jet que l'on a pu tout dernièrement reconstruire en s'aidant des dessins qui accompagnent la description. La précision et la longue portée de ces machines de tir fut une révélation (2). Viennent ensuite des réflexions sur l'art d'assiéger, puis un exposé exact de la théorie du levier ; plus loin une description d'automates et d'appareils mécaniques, destinés à fonctionner dans les théâtres ou les jardins, tels que gobelets magiques, arrosoirs versant à volonté des liquides différents, fontaines avec animaux buvant et oiseaux chantant, etc. Outre cela des appareils plus utiles pour laver, par

(1) A. DE ROCHAS, *La science des philosophes et l'art des thaumaturges*, Dorbon, Paris, p. 59.
(2) 10 DIELS, *Antike*, p. 92

exemple, automatiquement les paliers des temples. Jeux de leviers, action de l'air comprimé, voilà en quoi consiste surtout le mécanisme de toutes ces machines.

Héron d'Alexandrie reprend deux siècles après l'œuvre commencée par Ctésibios. Il vécut probablement vers la fin du premier siècle av. J.-C., mais les dates qui concernent sa vie, sa mort et ses œuvres, sont très incertaines (1). En tout cas si Héron d'Alexandrie est resté plus populaire dans l'histoire que Ctésibios, son œuvre est loin d'être aussi originale et aussi sûre.

Au point de vue mathématique elle consiste en :

1° une géométrie élémentaire, avec applications à la détermination des aires de champs ayant une forme donnée ;

2° propositions sur la manière de calculer les volumes de certains solides, avec applications aux bâtiments servant de théâtres, de salle de bains, de salle de fêtes, etc.

3° règle pour trouver la hauteur d'un objet inaccessible.

4° table de poids et mesures.

Parmi les écrits qui se rapportent aux mathématiques, il faut mentionner, outre les *Définitions* et un *Commentaire des Eléments* d'Euclide, un ouvrage récemment retrouvé sur *les mesures* dans lequel sont énoncées les règles et les formules servant à évaluer les volumes et les surfaces les plus importants avec une justification théorique. L'essentiel en est emprunté à Euclide et à Archimède ; même la formule qui donne la surface d'un triangle en fonction de ses trois côtés a, b, c, c'est-à-dire $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, (où $p =$ le demi-périmètre), n'est pas une invention originale, car elle était déjà probablement utilisée par les arpenteurs égyptiens, et seule la démonstration peut en être attribuée à Héron. (1)

Celui-ci a tenté d'autre part de perfectionner l'instrument

(1) J. L. Heiberg et P. Tannery placent Héron dans le IIe siècle après J.-C. ; mais la plupart des historiens tranchent en faveur du Ier siècle avant l'ère chrétienne (17 Loria, *Sc. Esatte*, p. 583 et W. Schmidt dans son introduction aux œuvres de Héron).

) Voir ci-joint les calculs pour chacun des 4 sortes de triangles.

de niveau employé jusqu'alors dans l'arpentage; ces perfectionnements sont décrits avec soin et théoriquement justes ; mais ils témoignent chez leur auteur d'une grande ignorance de la pratique. L'ouvrage intitulé *de la construction des voûtes* fut aussi vraisemblablement rédigé en vue d'un but pratique ; il a eu du moins le mérite d'être étudié et commenté par l'un des architectes de Sainte-Sophie, Isodore de Milet. En s'inspirant de travaux antérieurs, Héron a pu donner des notions très justes sur *la construction des machines de jet.* Par contre certains écrits, qui par leur conception rappellent ceux d'Archimède et de Philon, présentent de gros défauts, spécialement la *Pneumatique* où la théorie de la pression de l'air est appliquée à divers appareils. Ceux-ci du reste sont pour la plupart empruntés à Philon, et leur description, y compris les adjonctions nouvelles, révèle un imitateur qui est peu familiarisé avec l'expérimentation et la technique. Les instructions données pour construire un théâtre d'automates sur une échelle plus étendue que celui de Philon souffrent du même défaut; l'auteur, par exemple, oublie de décrire la force de traction qui met le tout en mouvement (1).

Ces derniers écrits furent cependant très goûtés aussi bien des Arabes que des savants de la Renaissance; ils ont provoqué la construction de maintes fontaines avec personnages se mouvant automatiquement, qui dans les jardins des villas faisaient l'admiration des visiteurs. La vieille horloge de Strasbourg avec ses figures mobiles est une descendante directe des Automates d'Héron.

La *Mécanique* dont nous ne possédons que le texte arabe est moins défectueuse; elle explique, en accord avec Archimède, les principes de la statique, le parallélogramme des forces; elle décrit l'emploi de la roue dentée, du levier, du moufle, du coin et de la vis. Héron a de plus consacré un ouvrage à l'étude de la grue et au problème d'Archimède : mouvoir un poids donné avec une force donnée.

(1) 15 HEIBERG, *Naturwiss.*, p. 79 et sq.

Malgré ses défauts son œuvre n'en reste pas moins l'une des sources essentielles que nous possédons sur l'histoire de la mécanique grecque.

§ 2. — Géographie et astronomie

L'intérêt que les conquêtes d'Alexandre le Grand ont éveillé pour la géographie, loin de faiblir, persiste et se développe grâce aux soins des Séleucides et des Ptolémées. Les progrès des mathématiques ont en outre une répercussion heureuse sur le développement de cette science qui de la phase purement descriptive devient de plus en plus systématique et rigoureuse.

ERATOSTHÈNE de Cyrène (275-194), le savant bibliothécaire d'Alexandrie, doit être regardé comme le créateur de cette tendance scientifique imprimée à la géographie.

Son histoire de la géographie depuis l'époque homérique témoigne d'un sens historique très juste, si on la compare aux descriptions fantaisistes que donnent à la même époque certains commentateurs d'Homère. Après avoir évalué mathématiquement les lieux habitables (78000 stades sur 38000), Eratosthène les partage par des parallèles à l'équateur et par des méridiens, en des rectangles qui sont du reste inégaux. Le parallèle qui passe par Gibraltar et par Rhodes est au milieu et sépare les parallèles du Nord (Byzance, Borysthène ou Dniepr, Thulé) de ceux du Sud (Alexandrie, Syène et Méroé). Les méridiens extrêmes sont formés par les colonnes d'Hercule (Gibraltar) et par le Gange (1).

Eratosthène mesure aussi d'une façon aussi ingénieuse que sûre la longueur de la circonférence terrestre. Il observe qu'à Alexandrie, le jour du solstice d'été, à midi, le soleil est distant du zénith des 1/50 de la circonférence céleste. D'autre part, le même jour et à la même heure, le soleil est au zénith

(1) G. LESPAGNOL, *Géographie générale*, Delagrave, Paris, p. 83.

à Syène, puisqu'il y éclaire perpendiculairement le fond des puits. Ces deux villes, situées sur le même méridien, sont distantes de 5.000 stades. Il suffit donc de multiplier 5.000 par 50, pour obtenir la mesure cherchée, à savoir 250.000, ce qui équivaut à peu près à 40.000.000 mètres, le stade valant 177 m. 4 (Cleomedes, *de motu circulari*, p. 96, 21).

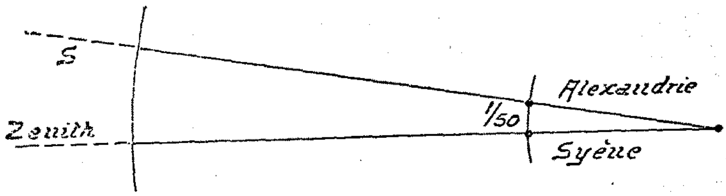


Fig. 8.

Bien que la méthode employée soit juste, le résultat obtenu n'est pas rigoureux. Tout d'abord Syène et Alexandrie ne sont pas sur le même méridien; il y a entre ces deux villes une différence de 3° (1). De plus la longueur de 5.000 stades, évaluée au moyen des journées de marche, faites par les caravanes, reste nécessairement approximative. La mesure trouvée par Eratosthène n'en constitue pas moins une donnée intéressante. Si Newton l'avait connue, il aurait pu vérifier son hypothèse de la gravitation, sans avoir eu besoin de la laisser dormir pendant bien des années (2), jusqu'au moment où Picard parvint à mesurer exactement le rayon terrestre.

Quoiqu'il en soit et dans d'autres domaines, Eratosthène se montre un érudit et un savant remarquable qu'Archimède tient en grande estime et désire associer à ses recherches. Nous ne savons cependant pas grand chose des travaux qu'il a pu faire, en dehors du crible qui porte son nom et qui permet d'établir pratiquement la suite des nombres premiers. Il construisit aussi pour trouver la valeur de deux moyennes proportionnelles un mésolabé (1) ingénieux qu'il

(1) *Astronomie. Kultur der Gegenwart*, Teubner, Leipzig, 1921, p. 187.
(2) 23 Rouse Ball, *Histoire des mathématiques* II, p. 16.

(1) Instrument de mathématiques qui donnait des moyennes proportionnelles et résolvait mécaniquement le problème célèbre de la duplication du cube.

plaça dans un temple d'Alexandrie avec une dédicace en l'honneur de Ptolémée II. Il imagina enfin le Calendrier connu plus tard sous le nom de Calendrier Julien.

De même que la géographie, l'astronomie se développe d'une façon remarquable dans cette période, grâce aux progrès combinés des mathématiques, de la mécanique et de la technique. Les instruments d'arpentage avec leurs vis et leurs roues dentées sont d'un secours précieux pour les astronomes, tel l'appareil inventé par Archimède pour mesurer le diamètre du soleil.

Aussi l'observatoire d'Alexandrie est-il à même d'entreprendre une série raisonnée et systématique de mesures pour contrôler les chiffres fournis par l'astronomie chaldéenne. Les divisions usuelles du jour et de la nuit étant trop grossières, on adopte la division babylonienne par heures exactes qu'Hérodote connaissait déjà du reste (II, 109), et celles-ci, devenant d'un usage courant, sont acceptées plus tard par les Romains. On emprunte aussi aux Babyloniens la division sexagésimale du cercle (degrés, minutes, secondes); mais partout ailleurs on conserve l'usage égyptien de fractions aux numérateurs toujours égaux à 1.

On jette aussi les fondements de la trigonométrie. Preuve en soit un écrit qui nous a été conservé d'ARISTARQUE DE SAMOS (310-250) et où celui-ci, à l'exemple d'Eudoxe, s'efforce de déterminer la grandeur du soleil et de la lune et leur distance à la terre. Les résultats obtenus sont satisfaisants pour la lune, mais non pour le soleil. Dans cet écrit Aristarque conserve l'hypothèse géocentrique; mais nous avons vu qu'ailleurs il soutient l'hypothèse héliocentrique que Copernic reprendra bien des siècles plus tard. Celle-ci avait du reste été préparée par les Pythagoriciens et par les opinions qui régnaient à Athènes dans certains cercles philosophiques. Il est possible aussi qu'Aristarque ait été encouragé dans ses vues par l'influence de son maître, le physicien Straton. Malgré sa simplicité l'hypothèse héliocentrique fut combattue pour des raisons physiques et religieuses; le stoïcien Cléanthes par exemple la considère comme un blasphème. Le seul qui la défendit fut SÉLEUCUS de Séleucie (vers 150), en même temps qu'il donne une juste explication du flux et du reflux de la mer, en montrant par l'observation la dépendance de ces phénomènes par rapport à la position de la lune. Il affirme aussi avec Héraclide du Pont l'infinité de l'univers (1).

CONON et DOSITHÉE, les amis d'Archimède, furent surtout des observateurs remarquables. Conon en particulier découvrit un groupe d'étoiles qu'il appela « chevelure de Bérénice » en l'honneur de l'épouse de Ptolémée Evergète.

Se basant sur la carte céleste d'Eudoxe, ARATUS de Soloi fit un poème descriptif du ciel étoilé qui, sans grandes qualités littéraires, eut cependant un retentissement énorme. Il fut commenté plusieurs fois par les Romains, entre autres par Cicéron, et, illustré par des figures qui remontent à l'antiquité il fut en grand honneur au moyen âge.

Mais le plus grand astronome de l'antiquité fut sans contredit HIPPARQUE qui naquit à Nicée en Bythinie et qui passa la plus grande partie de sa vie à Rhodes. Il fit sur l'étoile η du Chien une observation qui permet de placer son activité scientifique vers l'an 120 av. J.-C., ainsi que Delambre l'a montré. Cette activité fut du reste prodigieuse.

Dans sa jeunesse il compose un *Commentaire sur les phénomènes d'Aratus et d'Eudoxe*, malheureusement le seul de ses écrits qui nous soit parvenu. Il construit plusieurs instruments, entre autres un dioptre pour mesurer le diamètre apparent du soleil d'une manière beaucoup plus simple qu'Archimède. Son appareil se compose d'une règle graduée dont une extrémité porte une pinnule et sur laquelle glisse un curseur. Pour faire une mesure angulaire on déplace le curseur jusqu'à ce que l'œil visant au travers de la pinnule le voie couvrir la grandeur à mesurer, le diamètre

(1) 15 HEIBERG, *Naturwiss.*, p. 62.

du soleil, par exemple. Cet instrument à peine modifié devint plus tard le bâton de Jacob.

Hipparque fit aussi usage de deux instruments auxquels on donnait le nom d'astrolabe. « Le premier ou astrolabe sphérique, se composait de plusieurs cercles métalliques, les uns fixes, les autres mobiles. Le premier de tous était le plan méridien; il était suspendu à un point fixe, ou, ce qui sans doute valait mieux, était porté par une colonnette à laquelle il était fixé par son point le plus bas ; un autre cercle, mobile autour de l'axe du monde, pouvait toujours être amené à coïncider avec l'écliptique ; un troisième cercle tournait autour des pôles de l'écliptique sur deux cylindres qui y étaient fixés et servait à marquer les longitudes ; enfin, un quatrième cercle, placé au-dedans des trois autres, portait deux pinnules servant à viser l'astre dont on cherchait à déterminer la position ».

L'astrolabe planisphère était tout à fait différent de l'astrolabe sphérique ou sphère armillaire; composé d'un disque qui pouvait être suspendu verticalement ou placé horizontalement, il servait à prendre la hauteur des astres et à résoudre les triangles. « Ainsi le même nom a été donné à deux choses n'ayant aucun rapport et il en est résulté des confusions regrettables » (1).

Hipparque invente d'autre part la trigonométrie ; mais pour résoudre un triangle, il le suppose toujours inscrit dans un cercle ; les côtés de ce triangle sont alors des cordes que l'on calcule en fonction du rayon du cercle. Cela étant, Hipparque calcule une table des cordes et établit les formules qui permettent de résoudre numériquement les problèmes d'astronomie sphérique. Il est ainsi, d'une façon plus vraie qu'Aristarque, le créateur de la trigonométrie.

Ayant vu surgir une étoile nouvelle, il eut l'idée de fixer pour la postérité dans un catalogue la position des étoiles et des constellations principales. On ne pourra, dit Pline, jamais

(1) Doublet, *Histoire de l'astronomie*, Doin, Paris 1923, p. 105.

assez le louer de cette entreprise qui eût pu faire reculer même un dieu (*Nat. Hist.*, I, p. 159, 10). Grâce à la précision de ses observations qu'il compare à celles de ses devanciers, Hipparque découvre la précession des équinoxes.

Il pose le problème qui porte son nom concernant la marche irrégulière du soleil et il le résoud au moyen d'un mouvement excentrique qu'il calcule. Il s'attaque aussi aux inégalités de la lune et cherche à déterminer sa parallaxe ; il parvint à prédire ainsi assez exactement les éclipses, ce qui justifie l'admiration de Pline (*Nat. Hist.*, I, p. 143, 14). Comme le dit Bigourdan « Avec cet homme extraordinaire paraît tout à coup une astronomie perfectionnée, extrêmement supérieure à celle de l'âge précédent : les théories du Soleil et de la Lune sont faites et celles des planètes ébauchées ; — le grand desideratum de l'antique astronomie, la prédiction des éclipses, est un problème maintenant résolu. — Pour la première fois, on connaît les positions d'un grand nombre d'étoiles dispersées dans tout le ciel, et la découverte de la précession permet de calculer leurs coordonnées pour une époque quelconque (1) ».

Hipparque estime d'autre part que la géographie, pour être une science, doit reposer sur des données astronomiques précises et il reproche vivement à Eratosthène de ne pas avoir satisfait à cette exigence. Etant donné la difficulté de la tâche, ces reproches sont en grande partie injustes. Ils eurent en outre pour conséquence d'arrêter le développement scientifique de la géographie qui dès lors retombe dans le genre descriptif et ethnographique jusqu'au moment où STRABON se préoccupe à nouveau de son aspect mathématique et astronomique. Pour ce dernier cependant, la science exacte n'est qu'un moyen occasionnel. L'œuvre essentielle, c'est de décrire les contrées habitées et connues au siècle d'Auguste, et non pas de faire une étude des dimensions de la terre. Strabon du reste s'acquitte à merveille de la tâche qu'il s'est

(1) 2 BIGOURDAN, *Astronomie*, p. 279.

ainsi prescrite, particulièrement en ce qui concerne l'Italie. Ses écrits abondent en récits et en vivantes descriptions, recueillies au cours de voyages effectués de l'Arménie jusqu'en Sardaigne, et du Pont Euxin jusqu'en Ethiopie.

La littérature géographique, fut, au demeurant, très riche à cette époque ; mais nous n'en possédons qu'une faible partie, entre autre des fragments de Polémon, puis une description, faite par un auteur inconnu, qui nous parle de Thèbes en Grèce comme d'une ville aux rues peu sûres, mais charmante avec ses riches jardins et ses femmes voilées.

Il faut encore remarquer que si Strabon ne néglige pas l'aspect mathématique et astronomique de la géographie, c'est à Posidonius (133-49 av. J.-C.) qu'il en est redevable. Posidonius, natif de la Syrie, s'établit à Rhodes, où son école fut fréquentée par Cicéron et par Pompée. Quoique stoïcien il s'intéresse aux mathématiques et aux sciences naturelles. Il écrit un ouvrage important sur l'Océan, compose un *Commentaire au Timée* de Platon, dans lequel il s'occupe de l'arithmétique mystique des Pythagoriciens. Par ailleurs, il se montre un champion de la divination et de l'astrologie et il fabrique un planétaire. Il s'occupe aussi de météorologie et de problèmes astronomiques. Geminus nous a donné une esquisse de ces travaux et au IIe siècle après J.-C., Cléomède les utilise pour son abrégé d'astronomie (*de motu circulari*, p. 90, 22).

Certes on ne peut nier que Posidonius n'ait fait des recherches personnelles surtout en géographie et en ethnographie; mais son importance réside surtout dans le fait qu'il vulgarise et met à la portée du public cultivé de Rome les principales connaissances géographiques et astronomiques de la science grecque, à son époque. Ce faisant, il lui arrive de passer sous silence plusieurs théories intéressantes qui retombent ainsi pour de longs siècles dans l'oubli, par exemple, l'hypothèse héliocentrique d'Aristarque et l'explication des marées par Séleucus.

§ 3. — Médecine et sciences naturelles (1)

Bien que Ptolémée II ait été un amateur d'animaux curieux et rares, les sciences naturelles ne font guère de progrès sous son règne ; elles ne dépassent pas l'état où les avaient laissées Aristote et Théophraste. Les publications qui sont faites dans ce domaine poursuivent un but pratique : culture des champs et des jardins, élevage des bestiaux. Le poète CALLIMAQUE dresse sans doute un catalogue des oiseaux et le philologue ARISTOPHANE de Byzance compose une zoologie; mais ces ouvrages se complaisent trop souvent dans le merveilleux et les fables.

La médecine au contraire fait de réels progrès, grâce surtout à la dissection. Celle-ci, qui était interdite en Grèce, peut être pratiquée en Egypte où la coutume d'embaumer les cadavres en comporte l'usage. Il semble même que les Ptolémées aient autorisé les médecins à disposer du corps vivant des malfaiteurs qui étaient condamnés à mort (Celsus : *de medicina*, p. 4). Dans ces conditions une anatomie fondée sur l'observation exacte prend rapidement naissance et les découvertes se succèdent coup sur coup.

HÉROPHILE de Chalcédoine est regardé à juste titre comme le créateur de l'anatomie humaine en même temps qu'il est le fondateur de l'école médicale d'Alexandrie.

Disciple de Praxagoras (école de Cos) il se dégage de tout dogmatisme et ne veut bâtir que sur l'observation et l'expérience. Il découvre le système nerveux et le premier il en explique la nature et la fonction ; il fait aussi l'anatomie de l'œil et du foie. En médecine pratique il met en lumière l'importance du pouls pour les diagnostics.

A certains égards ERASISTRATE de Céos, le médecin de Séleucus, est en opposition avec lui. Il combat, par exemple, la doctrine hippocratique des humeurs et désapprouve la

(1) 15 HEIBERG, *Naturwiss.*, p. 44-46.

pratique de la saignée, si en honneur dans l'ancienne médecine. Comme anatomiste, il est remarquable. Il distingue entre les nerfs moteurs et les nerfs sensitifs, distinction qui n'avait pas encore été faite jusqu'à lui ; il décrit exactement le cœur et se rend compte de l'importance du cerveau dont il note les circonvolutions. Mais il continue à croire avec Praxagoras que les artères conduisent de l'air et non du sang. Si dans les blessures le sang jaillit des artères, c'est qu'il existe des canaux de communication entre les veines et les artères et que le sang, n'étant plus comprimé par l'air, passe des premières dans les secondes conformément à la théorie physique de Straton sur l'horreur de la nature pour le vide.

Les disciples d'Hérophile et d'Erasistrate tombèrent bien vite dans un dogmatisme qui amène une réaction. Une école dite empirique surgit alors; elle s'astreint à de pures descriptions et s'interdit la recherche des causes générales.

A Rome la médecine fut longtemps en défaveur. Le vieux Caton exhortait encore son fils à se méfier des potions vénéneuses des Grecs ; il recommande le chou frisé comme un remède à tous les maux et il guérit les fractures de membres par des paroles magiques.

Mais avec les progrès de la civilisation, le besoin de médecins se fait sentir. Aussi lorsque Asclépiade s'établit à Rome au Ier siècle avant J.-C., remporte-t-il un vif succès. Originaire de l'Asie mineure il est d'abord rhéteur ; mais il remporte comme médecin de si grands succès qu'il refuse les offres du roi Mithridate. Il proteste contre l'abus des médicaments et des purgations ; il relève l'importance de l'hygiène et recommande les cures d'eau, les massages, les promenades. Par là, et sans avoir des connaissances médicales approfondies, il exerce une heureuse influence.

Au point de vue théorique il reprend la doctrine d'Hippocrate sur les quatre humeurs et il la complète par l'atomisme épicurien. Hippocrate reste en effet le maître incontesté et ses écrits sont fréquemment commentés, entre autres par Apollonius de Citium (50 av. J.-C.).

Comme les médecins sont en même temps pharmaciens, la botanique bénéficie de leurs recherches sur les plantes. Crateuas par exemple, le médecin de Mithridate, rédige un excellent livre de plantes, illustré et commenté par un texte pharmaceutique et le poète Nicandre de Colophon compose un poème de recettes contre les poisons, qui malgré sa fadeur trouve des lecteurs et des commentateurs.

CHAPITRE III

Période gréco-romaine

(De l'ère chrétienne au VIe siècle ap. J.-C.)

Une fois l'empire romain constitué, la science grecque est à même de se répandre dans tout le monde civilisé; elle reste cependant étrangère à la mentalité occidentale ; en Orient, par contre elle fait quelque progrès ou reste stationnaire, avant de tomber en décadence.

§ 1. — Les Romains et la science

Par leur tournure d'esprit, essentiellement dirigée vers les questions pratiques et politiques, les Romains n'apprécient guère la science pure. Ils la méprisent même et Cicéron les loue de ce que, grâce aux dieux, ils ne sont pas comme les Grecs et savent limiter l'étude des mathématiques au domaine des applications utiles (*Tusculanes*, I, 5).

Les rudiments mathématiques dont les arpenteurs romains ont besoin sont empruntés aux ouvrages grecs de manière à pouvoir être utilisés pratiquement sans le secours de connaissances théoriques. Lorsque le besoin s'en fait sentir, on appelle d'Alexandrie des spécialistes, auxquels on indique les mesures à effectuer. C'est ainsi qu'Agrippa dut procéder pour établir le cadastre de l'empire (1).

(1) 15 HEIBERG, *Naturwiss.*, p. 73 et sq.

Les fragments qui figurent dans les Encyclopédies mathématiques des temps postérieurs sont encore plus misérables. Martianus Capella (400 environ ap. J.-C.) publie un ouvrage de mauvais goût, intitulé : *Le mariage de Mercure et de la Philologie* qui devint le bréviaire du moyen âge. Dans cet ouvrage il révèle sa parfaite incompréhension des mathématiques en traduisant la première définition d'Euclide « le point est ce qui n'a pas de parties » par « le point est ce dont la partie n'est rien ». Les ouvrages de Boèce qui, au moyen âge, servent de base à l'enseignement de la géométrie, de l'arithmétique et de la musique ont plus de valeur.

Boèce (480-525) ou Anicius Manlius Severinus Boetius appartenait à l'une des plus illustres familles romaines. Après de fortes études il prend part, malgré lui, à la politique de son pays et se fait remarquer par son intégrité morale et sa charité. Nommé consul, il cherche à réformer la frappe des monnaies ; il excite ainsi la haine et l'envie ; condamné par un tribunal il est mis à mort au grand regret de Théodoric.

Comme écrivain il est très connu par son *De consolatione philosophiae*. Quant à son livre sur l'*arithmétique*, c'est une copie un peu indigeste de celui de Nicomaque. Dans un autre ouvrage il donne sans démonstration le contenu des quatre premiers livres des *Eléments* d'Euclide ainsi que des procédés d'arpentage, tirés de divers auteurs. Cet ouvrage est si peu en accord avec ce que nous savons de Boèce que P. Tannery l'attribue à un faussaire et que Cantor le suppose complètement défiguré par des copistes maladroits. Tel qu'il est, il renferme un curieux passage qui semble décrire un système de numération basé sur la règle de position, les zéros figurant sous la forme de places vides (1).

Si les Romains sont rebelles aux sciences pures, ils sont en revanche enclins aux superstitions. Nigidius Figulus, en introduisant l'astrologie dans la littérature latine obtint un

(1) 9 Cantor, *Geschichte* I, p. 533. — 6. Boyer, *Histoire des mathématiques*, p. 64.

grand succès auprès des classes cultivées. Il en fut de même du manuel d'astrologie que FIRMICUS MATERNUS écrit avec chaleur et conviction.

Ce qui intéresse dans l'astronomie proprement dite, ce sont surtout les constellations et les légendes qui s'y rattachent. Il faut cependant signaler comme dignes d'intérêt l'opuscule de CENSORINUS sur *Le jour de naissance* et les aperçus intelligents que, sous une forme populaire et en s'inspirant de Posidonius, SENÈQUE donne dans ses *Recherches sur la nature* et qui concernent l'astronomie et la physique. L'ouvrage de VITRUVE *Sur l'architecture* est au contraire tout à fait indigeste; les extraits de mécanique et de technique qu'il tire des auteurs grecs sont exposés en une forme si niaise et en un langage si curieux que l'auteur, malgré sa prétention, ne peut, semble-t-il, avoir été réellement un architecte d'Auguste (1).

Les sciences naturelles sont amplement représentées par *L'histoire naturelle* de PLINE l'Ancien qui mourut en 79 ap. J.-C., pour avoir voulu contempler de trop près l'éruption du Vésuve. Cette vaste compilation rassemble avec un zèle étonnant et souvent peu critique une foule d'observations, tirées des écrivains les plus divers; elle fait défiler devant le lecteur tout ce qui a trait à la géographie, l'anthropologie. la zoologie, la botanique, la médecine, la minéralogie et l'art.

Quant au manuel de CORNELIUS CELSUS *sur la médecine*, c'est peut-être ce que la littérature scientifique romaine a produit de meilleur. Il faisait partie d'une encyclopédie qui est perdue ; sans avoir été écrit par un spécialiste, il utilise néanmoins avec intelligence les sources grecques et nous a conservé maint détail intéressant, par exemple, sur la chirurgie alexandrine. Celsus mis à part, on ne trouve que des livres de recettes.

Cependant au déclin de l'antiquité surgissent des traduc-

(1) 15 HEIBERG, *Nautrwiss.*, p. 75.

tions souvent excellentes d'auteurs grecs. Telle la traduction de la thérapeutique de Soranus par CELIUS AURELIEN (v[e] siècle ap. J.-C.). Ces genres de travaux iront en se continuant jusque bien avant dans le moyen âge, et même aux plus sombres époques on n'oubliera pas que les Grecs sont les maîtres de la médecine.

Les études géographiques et surtout ethnographiques sont spécialement en faveur auprès des Romains. Salluste et César donnent des renseignements intéressants, le premier sur l'Afrique du Nord, le second sur la Gaule. Tacite fait connaître la Grande Bretagne, mais surtout la Germanie et la Scandinavie. Du reste la seule fois où il parle de questions astronomiques, il montre combien les Romains cultivés les connaissaient peu. Il explique en effet la clarté des nuits polaires par la platitude des contrées extrêmes de la terre et il oublie ainsi une connaissance devenue banale en Grèce depuis plusieurs siècles, à savoir la rotondité de notre globe (Agricola, ch. 12). On le voit, la géographie ne fut pas cultivée pour elle-même par les Romains. Il faut excepter cependant POMPONIUS MELA (I[er] siècle ap. J.-C.) qui dans un manuel modeste, mais excellent, sut utiliser les matériaux statistiques rassemblés par Agrippa.

§ 2. — La science grecque en Orient

Grâce à la puissance de la tradition l'activité intellectuelle se maintient, à la même époque et malgré des conditions défavorables, en Grèce, en Egypte et en Asie mineure (1). Sitôt que les Antonins occupent le pouvoir impérial, la littérature et les sciences grecques reprennent quelque vie. Il y a un retour au passé qui favorise surtout ces dernières disciplines.

Les spécialistes, en étudiant les grandes œuvres de leurs devanciers, sont tenus en haleine; s'ils ne font pas de décou-

(1) 25 TANNERY, *Science hellène*, p. 5.

vertes originales, ils produisent des commentaires intéressants ou encore systématisent les résultats acquis jusqu'à eux.

L'astronomie, entre autres, fut brillamment représentée par Claude Ptolémée (date de naissance incertaine, mort probable en 168). Rattaché à la philosophie péripatéticienne, Ptolémée défend en physique les idées d'Aristote sur la nature de la matière et sur la pesanteur ; il soutient, par exemple, qu'un baigneur ne ressent aucune pression de l'eau placée au-dessus de lui et qu'une outre pleine d'air est plus légère qu'une outre vide.

Son *Optique* dont une pénible traduction d'arabe en latin nous a conservé le premier livre, traite non seulement la perspective, comme Euclide l'avait fait, mais aussi les conditions physiques de la vision et les illusions d'optique et ici Ptolémée accepte l'idée de Platon selon laquelle la perception visuelle est produite par la rencontre des rayons qui sortent de l'œil et de ceux qui viennent de l'objet. En outre dans sa *Catoptrique* il étudie les miroirs et par des mesures il cherche à établir la loi concernant les angles d'incidence et de réflexion. Il fait aussi des expériences comparées sur la réfraction dans l'eau et dans le verre; il constate en plus qu'il existe une réfraction astronomique, car la distance d'un astre au pôle est plus petite lorsque cet astre est à l'horizon que lorsqu'il passe au méridien. Les chiffres trouvés ne sont pas toujours exacts, mais les expériences et les idées n'en restent pas moins capitales

Un autre ouvrage, plus important encore, est celui que Ptolémée consacre à l'astronomie. Il fut très vite employé comme manuel dans les écoles d'Alexandrie et pour le distinguer d'ouvrages similaires, mais beaucoup plus petits, on lui donna le nom de *ἡ μεγίστη* « le plus grand (sous entendu livre) » nom qui traduit en arabe donna ensuite par corruption *almageste* (1). L'œuvre est divisée en 13 livres.

Dans le premier, Ptolémée expose la trigonométrie plane

(1) 15 Heiberg, *Naturwiss.*, p. 82.

et sphérique et donne une table des cordes. Le second livre discute les phénomènes qui résultent de la forme sphérique de la terre, avec cette hypothèse aussitôt rejetée que la rotation de la terre sur elle-même simplifierait beaucoup les explications. Les livres III-VI sont consacrés aux mouvements du soleil et de la lune et aux éclipses, le tout interprété par le moyen des épicycles et des excentriques. Les livres VII-VIII renferment le catalogue d'Hipparque, complété et enrichi. Les derniers livres enfin donnent l'énumération des phénomènes sidéraux qui se reproduisent chaque année. Un ensemble de tables astronomiques clairement disposées permet de déterminer l'heure et les éclipses suivant les saisons et les jours. Ces tables par leur commodité restèrent longtemps en usage.

L'œuvre ainsi accomplie est digne d'admiration. On peut cependant reprocher à Ptolémée de ne nous avoir transmis aucune observation sûre, peut-être même d'avoir supposé des observations pour justifier ses hypothèses (1).

Le *tetrabiblos* est un compendium d'astrologie que l'on s'est refusé à tort, pendant longtemps, d'attribuer à Ptolémée comme étant indigne de lui. Il donne un aperçu systématique des questions astrologiques et renferme souvent des vues intéressantes pour la psychologie des peuples; il se distingue avantageusement des ouvrages similaires de l'époque. Parmi ces derniers il faut toutefois mentionner le dialogue *Hermippus* dans lequel un auteur inconnu précise la position du christianisme par rapport à l'astrologie.

Enfin dans un ouvrage de géographie Ptolémée résoud avec beaucoup d'intelligence le problème relatif à la projection d'une surface sphérique sur un plan.

Dans le domaine des mathématiques MÉNÉLAS publie vers la fin du Ier siècle (ap. J.-C.) un écrit intitulé *Des sphériques* qui renferme un théorème important sur le triangle sphé-

(1) 2 BIGOURDAN, *Astronomie*, p. 295.

rique. Nicomaque de Gérasa (Syrie) fait paraître à peu près à la même époque (150 ap. J.-C) une *Introduction à l'arithmétique* qui fut, comme nous l'avons vu, traduite en latin par Boèce. Cette introduction énonce entre autres la proposition suivante : les cubes des nombres entiers s'obtiennent successivement au moyen des nombres impairs additionnés de cette façon.

27 64

$$3 + 5 = 2^3 \,;\; 7 + 9 + 11 = 3^3 \,;\; 13 + 15 + 17 + 19 = 4^3 \,;$$
8
$$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = 5^3, \text{ etc.}$$ (1)

Quant à Théon de Smyrne il est surtout connu par un exposé des connaissances mathématiques, astronomiques et musicales qui sont nécessaires pour comprendre Platon.

Pappus qui vivait à Alexandrie vers la fin du IIIe siècle après J.-C. est autrement remarquable. Il a composé plusieurs ouvrages dont un seul nous a été conservé. Cet ouvrage est un résumé systématique des grandes questions géométriques traitées dans l'antiquité, avec commentaires explicatifs. Destiné à faire comprendre les théories d'Euclide, d'Apollonius et d'Archimède, il contient une foule de renseignements historiques du plus grand intérêt, dont on a souvent pu contrôler la grande exactitude. Il est du reste autre chose qu'une simple compilation. On y trouve déjà énoncés le théorème de Guldin, la relation fondamentale du rapport anharmonique de quatre points et le fameux *problème de Pappus* sur les lieux géométriques, problème qui servit de point de départ aux recherches de Descartes sur la géométrie analytique.

La dissertation de Sérénos, originaire d'Antinoë (Egypte) sur les sections du cône et du cylindre n'offre rien de bien nouveau. Sa proposition sur les transversales présente plus d'intérêt.

Mais c'est surtout Diophante qui entre le IIIe et le IVe siècle ap. J.-C. oriente les mathématiques dans une voie nouvelle. Ses écrits du reste furent vite oubliés et il faut attendre Régiomontanus pour les révéler en l'an 1460 au monde savant. Ils

(1) Une autre propriété de la suite des nombres impairs est la suivante : 113–355 ou $\frac{355}{113}$ = valeur du rapport de la circonférence au diamètre est exacte à 3 unités près du 7me ordre décimal, trouvé par Adrien Métius, hollandais vivant environ les années 1624 (Voir histoire de l'astronomie [illegible]

tranchent tellement avec les ouvrages des autres géomètres qu'on a voulu parfois les rattacher à une influence hindoue. Une critique plus avisée a pu cependant reconnaître en eux le contenu, revêtu d'une forme nouvelle, de l'algèbre géométrique qui fut dès les débuts pratiquée par les mathématiciens grecs. Il serait peu croyable du reste qu'un homme, à lui seul, ait pu amasser tant de problèmes et résoudre tant d'équations. Diophante a eu le grand mérite de créer un langage et des signes appropriés ; ce faisant il n'a pu s'affranchir entièrement de la tradition géométrique ; il appelle encore carré le produit de deux nombres ; sa méthode par contre est entièrement arithmétique. Les problèmes sont traités avec beaucoup de virtuosité, mais, cas par cas, sans faire intervenir de formules générales. Il en résulte que Diophante rejette comme impossibles les racines négatives ou irrationnelles d'une équation et que, là même où deux racines positives sont possibles, il n'en retient jamais qu'une. Les problèmes posés n'en sont pas moins très divers et comportent la mise en équations du premier, du deuxième, parfois du troisième degré, à une ou plusieurs variables. L'un de ces problèmes a trait au prix du vin et en se basant sur cette donnée P. Tannery a cru pouvoir fixer l'époque où vivait Diophante (1).

Un fait intéressant à noter dans l'histoire des mathématiques de cette période, c'est l'intérêt très vif que leur porte l'école philosophique néo-platonicienne. PORPHYRE et IAMBLIQUE consacrent quelques écrits aux questions arithmétiques ; PROCLUS surtout, au Ve siècle ap. J.-C., commente d'une façon intéressante les ouvrages de Platon et le premier livre des Eléments d'Euclide.

Parmi les autres commentateurs de l'époque il faut encore signaler SIMPLICIUS, qui, en 529, lors de la fermeture de l'université d'Athènes par Justinien, s'enfuit en Perse et dont les commentaires sur Aristote restent inappréciables, puis EUTO-

(1) 28 TANNERY, *Mém. scien.*, p. 70.

cius d'Askalon, auquel on doit l'édition des sections coniques d'Apollonius et de quelques écrits d'Archimède avec notes explicatives. Son œuvre fut sauvée de l'oubli par Isodore de Milet, l'architecte de Sainte-Sophie.

C'est également à des commentaires que les derniers représentants de l'école mathématique d'Alexandrie consacrent leur activité. THÉON, vers l'an 370 après J.-C. édite les *Eléments* d'Euclide et le petit cours d'astronomie qu'en vue de l'enseignement l'on avait peu à peu extrait de l'Almageste. Sa fille HYPATHIE commente Diophante et Apollonius, puis meurt victime du fanatisme des moines chrétiens.

Si les sciences exactes ne progressent guère, il n'en est pas de même de la médecine (1). Un disciple d'Asclépiade, THÉMISON de Laodicée, fonde l'école méthodique aux yeux de laquelle toutes les maladies dérivent de l'état général du corps, théorie qui peut du reste entraîner une négligence fâcheuse des symptômes spéciaux. SORANOS d'Ephèse est au IIe siècle le représentant le plus distingué de cette école. Sa production littéraire est très abondante et s'étend sur tous les sujets d'intérêt médical, y compris l'histoire de cette science ; malheureusement nous n'en possédons que des fragments. Ceux-ci suffisent à justifier la réputation de gynécologue de leur auteur. Soranus en effet s'occupe non seulement de l'enfant à naître et de la naissance proprement dite; mais il donne de judicieux conseils sur les premiers soins à prodiguer après l'accouchement, sur le choix d'une nourrice, sur la façon de traiter les enfants mal venus et anormaux. De plus et pendant l'accouchement la mère ne doit pas être étendue sur un lit, mais placée sur une chaise spécialement construite dans ce but. Quant à l'avortement, il ne doit être pratiqué que d'une façon exceptionnelle et seulement dans le cas où la femme ne peut mettre au monde son enfant, sans danger de mort pour elle. Le nouveau-né doit être allaité par

(1) 15 HEIBERG, *Naturwiss.*, p. 89 et sq.

sa mère, si possible. En tout cas les repas doivent être réguliers et il ne faut pas donner le sein pour apaiser un enfant parce qu'il pleure, car les cris, à condition de ne pas durer trop longtemps, sont une excellente gymnastique des poumons. Après une année et demie ou deux ans, le bébé doit être sevré, de préférence au printemps.

En regard de l'école méthodique se dresse l'école pneumatique qui fondée par ATHÉNÉE (de l'Asie mineure) rattache ses principes à la philosophie stoïcienne. L'esprit ou pneuma qui est inné à tout homme règle la santé ou la maladie. ARCHIGÈNE de Syrie (vers l'an 100 ap. J.-C.) adoucit quelque peu cette théorie. Ses écrits sont perdus, mais on peut les reconstituer en partie par des citations de Galien, en partie par une compilation d'ARÉTÉE de Cappadoce, qui emprunte à Archigène le meilleur de son contenu. On trouve là une observation de la nature, fidèle et pénétrante, une description remarquable de l'éléphantiasis, maladie qui était encore inconnue en Occident. En thérapeutique, Archigène préconise le régime, étudie les effets du vin et des eaux minérales ; il recommande les bains d'eau froide et les bains de soleil.

A part quelques petits écrits de RUFUS d'Ephèse, toute la littérature médicale du Ier siècle après J.-C. ne nous a pas été conservée. La faute en est à CLAUDE GALIEN qui a joué pour la médecine grecque le même rôle que Ptolémée pour l'astronomie, c'est-à-dire que par ses écrits il a absorbé et rendu inutiles tous ceux de ses devanciers (1). Né à Pergame en 129 et mort à Rome en 200, Galien commence par recevoir une éducation soignée et une instruction étendue ; il trouve, au milieu d'une vie par ailleurs très occupée, le temps d'écrire plus de 150 ouvrages médicaux, dont 80 environ nous sont parvenus. Cette énorme production comporte fatalement des répétitions et des pages superficielles ; elle est aussi empreinte d'une vanité enfantine ; elle n'en a

(1) Sur la vie et les écrits de Galien voir CROISET, *Histoire de la littérature grecque*, V, p. 715, Fontemoing, Paris, 1899.

pas moins de réels mérites, indépendamment du rôle qu'elle a joué dans l'histoire de la médecine. Galien en effet n'est pas un simple compilateur et un érudit en chambre ; il est praticien et sait faire des recherches couronnées de succès ; il relève le niveau de la médecine à une époque où des écoles en vogue proclament au nom de l'empirisme la vanité pour cette science, d'études préparatoires théoriques et où il faut aller de Rome à Alexandrie pour pouvoir apprendre l'anatomie sur un véritable squelette humain.

Après avoir étudié à Smyrne, Corinthe, Alexandrie, Galien, âgé de 28 ans, s'établit à Pergame comme médecin des athlètes. Au bout de quelques années il se décide à tenter fortune à Rome, ville dans laquelle il acquiert bien vite une position en vue. Attaqué par des collègues il se défend en publiant des brochures dont le ton et les arguments sont souvent grossiers ; puis, au moment d'être présenté à l'empereur Marc Aurèle, il quitte brusquement Rome ; tant il craint d'y voir se propager une peste qui venait d'éclater en Orient. Il y retourne peu après et pendant trente ans encore il déploie une grande activité.

Ses conceptions physiologiques reposent sur les théories humorales d'Hippocrate, auteur qui lui est familier et qu'il pratique avec intelligence ; sa doctrine des forces vitales qui seraient placées par la nature dans le corps pour le diriger exerça par la suite une grande influence. Comme thérapeutique Galien recommande des cures d'air et de lait, comme aussi des médicaments de composition douteuse. Parmi ceux-ci il vante surtout la thériaque, un contre-poison préparé spécialement pour l'empereur et dans la confection duquel figurent 70 ingrédients, entre autres, des corps de vipère mijotés. A côté de cela il sait pourtant reconnaître l'importance de l'anatomie ; à défaut de cadavres humains dont la dissection est interdite il opère sur des animaux et plus spécialement sur des singes (1).

(1) 15 Heiberg, *Naturwiss.*, p. 94.

Après lui la littérature médicale ne produit plus que des compilations dont la plus célèbre à juste titre est celle d'ORIBASE, le médecin de Julien l'Apostat.

Parmi les sciences naturelles, la botanique continue à bénéficier des progrès accomplis par la médecine. DIOSCORIDE de Cilicie compose au Ier siècle un recueil de plantes utiles (au nombre de 600) qui fut très goûté au moyen âge. La zoologie au contraire tombe dans le marasme. C'est ainsi qu'au second siècle déjà l'auteur inconnu, surnommé PHYSIOLOGUS, fait pressentir par ses descriptions fabuleuses et mythologiques d'animaux la littérature des Bestiaires ; il exercera du reste une grande influence sur la décoration animalière du moyen âge.

Dans cette période, il faut mentionner encore l'alchimie sur laquelle nous aurons à revenir et dont ZOSIME résume vers l'an 300 après Jésus-Christ les connaissances, tantôt fantaisistes, tantôt utiles à la technique des métaux.

DEUXIÈME PARTIE

LES PRINCIPES ET LES MÉTHODES

Lorsque l'on jette un coup d'œil sur l'histoire de l'humanité, un fait s'impose immédiatement à l'attention. C'est la maîtrise sur tous les continents que l'Europe a su conquérir et garder jusqu'à nos jours. Cette maîtrise n'a pas eu pour cause la supériorité numérique ou bien une organisation sociale plus avancée ou encore des idées religieuses et littéraires spéciales.

Les Chinois, comme on le sait, furent civilisés longtemps avant les Européens et bien avant eux ils connurent l'usage de la boussole et même de la poudre à canon. Les Hindous d'autre part ont possédé dès la plus haute antiquité une religion et une littérature dont l'attrait, même sur des Occidentaux, est loin d'être épuisé et en Amérique centrale il existait un état de civilisation avancé qui fut anéanti par la conquête espagnole. Quant à la supériorité numérique, il suffit de rappeler qu'à l'heure actuelle encore les Indes ou la Chine sont plus peuplées que l'Europe.

Si la race blanche a triomphé des autres races, c'est qu'elle possédait des armes infiniment plus redoutables que ses adversaires et que pour les échanges commerciaux elle disposait de produits manufacturés très supérieurs à ceux des autres peuples. Or la confection de ces armes et de ces produits n'a été possible que grâce au développement progressif des sciences mathématiques et physiques dont le peuple grec a posé les principes et jeté les bases solides. On peut donc dire que si la Grèce ancienne n'avait pas créé et transmis la science rationnelle à l'Europe, celle-ci n'aurait jamais conquis et conservé jusqu'à nos jours la suprématie sur le reste du monde.

Sans doute, dès avant les Grecs, les hommes ont possédé des connaissances scientifiques, instinctives et pratiques. A l'âge de la pierre déjà, ils savaient utiliser le levier pour déplacer de lourds objets et fabriquer des lances ou des flèches. A une époque plus rapprochée les civilisations chaldéenne et égyptienne témoignent de connaissances techniques très remarquables ; mais, comme nous l'avons vu, elles ne sont pas parvenues à créer la science rationnelle, c'est-à-dire à donner une explication raisonnée des phénomènes naturels et des procédés techniques.

C'est qu'en présence de la nature deux types d'explication peuvent être utilisés ; l'un met en jeu la mentalité rationnelle, l'autre se rattache à ce que M. Lévy-Brühl appelle la mentalité prélogique et qu'il serait préférable de nommer avec M. Brunschvicg la mentalité préscientifique (1).

Cette dernière est le fait des peuplades primitives ; elle conçoit les liens de causalité entre phénomènes naturels sous la forme d'une participation mystique qui est en un sens extra-spatiale et extra-temporelle (2). Un individu est dévoré par un crocodile ou un lion. S'il meurt de cette manière, ce n'est pas dans la pensée du sauvage parce qu'il s'est imprudemment approché de ces animaux féroces. C'est

(1) En effet dans les raisonnements du sauvage l'usage du principe de contradiction n'est nullement aboli comme paraît le supposer M. Lévy-Bruhl. Seulement il s'exerce sur un autre plan. Pour le primitif les contradictions se manifestent dans le domaine des catégories mystiques et non plus dans celui de l'expérience sensible. Voir notre article : *Le problème de vérité* dans Revue de théologie et philosophie, Lausanne, décembre 1923. C'est pourquoi nous préférons à l'appellation de M. Lévy-Bruhl celle que M. Brunschvicg a adoptée dans son magistral ouvrage : *L'expérience humaine et la causalité physique*, Alcan, Paris 1922, p. 113.

(2) LÉVY-BRUHL, *Mentalité primitive*, Alcan, Paris, 1922, p. 85 et p. 516.

parce qu'un esprit malfaisant a poussé le crocodile ou le lion à le dévorer. Ces derniers n'ont pas agi par eux-mêmes en obéissant à leurs instincts ; ils ne sont qu'un instrument docile utilisé par l'esprit malfaisant. Celui-ci aurait pu en choisir un autre, la maladie, par exemple, et dans ce cas l'individu destiné à périr sous ses coups aurait pu s'approcher sans danger du lion ou du crocodile.

Voici un autre fait. Quelqu'un avale du poison et meurt. Pour la science moderne, le poison par l'intermédiaire de l'estomac pénètre dans le sang, le décompose, ou bien agit sur le système nerveux en provoquant l'arrêt de fonctions vitales essentielles. Il y a là tout un enchaînement de causes et d'effets qui se produit depuis le moment où le poison est avalé jusqu'à celui où la mort survient. Cet enchaînement est plus ou moins rapide suivant les cas et par l'usage du contre-poison il peut être enrayé.

Pour la mentalité préscientifique les choses se passent différemment. C'est un esprit malfaisant, et lui seul, qui donne au poison sa nocivité. Ce dernier par lui-même n'a aucun pouvoir et sans l'esprit qui s'incarne en lui il serait inoffensif. De là, la coutume des ordalies ou jugements par le poison, si répandue dans les peuplades sauvages. Tout individu accusé peut se justifier en subissant l'épreuve du poison. S'il vomit ce dernier, c'est qu'il est innocent. S'il meurt, c'est qu'il était coupable.

Ainsi, tandis que la mentalité scientifique recherche toujours la cause d'un phénomène sensible dans un ensemble de phénomènes, sensibles également, qui conditionnent le premier, la mentalité préscientifique fait appel à des forces mystiques et occultes qui restent invisibles et insaisissables aux moyens ordinaires de la perception. Ces forces sont les causes véritables des phénomènes sensibles ; elles flottent autour de l'homme qui ne peut toujours les situer dans le temps et dans l'espace, ou même les individualiser, car elles sont en un sens extraspatiales et extratemporelles.

Elles paraissent impliquer pour la mentalité primitive, comme une dimension supplémentaire que la nôtre ignore, non pas une dimension de nature spatiale comme une quatrième dimension, mais plutôt une dimension de l'expérience dans son ensemble.

On le voit; à l'enchaînement des causes secondes que nos sciences explicitent par des formules et par des lois, les primitifs substituent un autre type de liaison, celui de puissances occultes et mystiques. Ce sont ces puissances qui rendent effectives les liaisons que nous percevons entre les phénomènes sensibles dans les effets du poison, de la sécheresse, etc. C'est donc à elles qu'il faut prendre garde pour diriger sa vie et en orienter le cours d'une manière favorable. Par conséquent les chaînons que le savant note avec soin dans la succession des phénomènes n'ont pour le primitif qu'une importance relative, puisqu'ils peuvent être utilisés indifféremment par la puissance occulte et que leur liaison n'a aucun caractère rigoureux. Seule l'intention des esprits qui agissent sur ces phénomènes doit être considérée avec soin et non pas les moyens qu'ils emploient pour la réaliser.

Sans doute les peuplades sauvages ne manquent pas d'habilité technique et l'on peut admirer les poteries, les paniers, les pirogues qu'elles arrivent à construire avec des outils grossiers. Mais cette habilité technique peut être le fruit d'une longue routine. Elle n'implique pas nécessairement l'activité scientifique et réfléchie de l'entendement. On peut la comparer « à l'habilité d'un bon joueur de billard qui, sans savoir un mot de géométrie ou de mécanique, sans avoir besoin de réflexion, a acquis l'intuition rapide et sûre du mouvement à exécuter, pour une position donnée des boules » (1).

En résumé, il y a une opposition profonde entre les conceptions de la mentalité préscientifique et celles de la mentalité rationnelle.

Pour la première la production de chaque phénomène est

(1) Lévy-Bruhl, ouvrage cité, p. 518.

liée aux dispositions bienveillantes ou malveillantes des forces occultes. L'homme dispose sans doute de certains talismans et de certaines pratiques pour assurer le cours régulier et favorable des phénomènes. Par des prières rituelles, par des sacrifices déterminés selon chaque circonstance, il peut rendre propices les esprits et par là les événements. Mais d'une part il n'est pas toujours facile de découvrir le rite vraiment efficace et de l'autre l'effet attendu reste toujours incertain, puisqu'il dépend de la bonne volonté des esprits.

La mentalité scientifique et rationnelle procède autrement. Elle conçoit comme constante la relation qui unit un phénomène sensible à un autre, un principe à ses conséquences. Par suite, une fois cette relation découverte, on peut utiliser avec sûreté les phénomènes et les conséquences qui en résultent.

Si étrange que cela puisse paraître, il est beaucoup plus facile d'interpréter les phénomènes naturels suivant la mentalité préscientifique que selon la mentalité rationnelle (1). Les actions et les réactions qui se passent dans la nature sont si complexes et si variées que la recherche des causes et des principes au sens scientifique est extraordinairement délicate et ardue. En fait aucun peuple ne l'a tentée, à l'exception des Grecs. Les Hindous, par exemple, malgré leur civilisation très avancée n'ont jamais pu dans leur logique dépasser complètement le stade de la mentalité préscientifique. Le flux des sensations qui crée en nous l'image du monde sensible n'obéit pas selon eux à des lois constantes et fixes. Il ne peut donner naissance à une science proprement dite.

La Grèce antique a eu ce trait de génie et d'audace tout à la fois de concevoir que la matière sur laquelle s'exerce l'ac-

(1) M. Jean Piaget vient de publier un livre très suggestif à cet égard : *Le langage et la pensée chez l'enfant*, Delachaux et Niestlé, Neuchâtel, 1923. Ce livre, vraiment nouveau par la méthode et les résultats obtenus, montre en particulier comment chez l'enfant les jugements scientifiques se substituent peu à peu et non sans heurts aux jugements préscientifiques et égocentriques.

tivité de l'esprit était soumise à des relations déterminées. Elle a estimé que ces relations ne pouvaient exister sans une communauté de nature entre les termes qui les constituent : l'effet doit avoir une similitude avec la cause qui le produit. Il en est de même en ce qui concerne le rapport de principe à conséquence.

Cela étant, il faut pour expliquer les relations de lignes et de surfaces qui constituent les figures géométriques avoir recours à des raisons géométriques et numériques. Pour rendre compte des phénomènes du monde physique il faut au contraire en appeler à des raisons mécaniques et physiques. C'est enfin par des raisons physiologiques qu'il faut expliquer la santé et la maladie et non par des volontés invisibles, étrangères à l'organisme.

Par ces vues entièrement nouvelles les Grecs ont révélé pour la première fois à l'esprit humain les bases véritables des sciences qui devaient s'épanouir à partir de la Renaissance et donner à l'Europe sa suprématie. On pourrait objecter, il est vrai, que ces bases avaient déjà été posées par les Egyptiens et les Chaldéens. Mais, comme nous l'avons déjà fait remarquer, ces peuples ont simplement communiqué aux Grecs des faits mathématiques et des formules empiriques qu'une expérience séculaire leur avait permis d'établir ; ils n'ont jamais entrevu la possibilité de créer une science digne de ce nom. Entre les connaissances fragmentaires qu'ils ont découvertes et les conceptions scientifiques des Grecs il y a un abîme que l'exemple suivant permet de mesurer.

Les Egyptiens connaissaient et utilisaient les propriétés métriques des carrés construits sur les côtés d'un triangle rectangle. Nous ne savons pas de quelle façon ils avaient découvert ces propriétés ; mais il est probable, comme nous l'avons fait remarquer (p. 7) que c'est de la manière suivante. Sur les côtés d'un triangle rectangle dont les grandeurs sont 5, 4, 3, élevons des carrés. Nous pouvons partager ces derniers en carrés plus petits et tous égaux à 1^2 et vérifier aisément l'égalité $25 = 16 + 9$. Cette démonstration est purement empirique. Elle est tellement intuitive qu'un enfant la comprend sans peine. Comme elle se borne à constater un simple fait mathématique, elle ne repose sur aucun ensemble d'axiomes ou de propositions antérieurement démontrées. Elle se suffit complètement à elle-même ; mais elle manque de généralité, puisque les côtés du triangle doivent être des nombres entiers d'une certaine valeur.

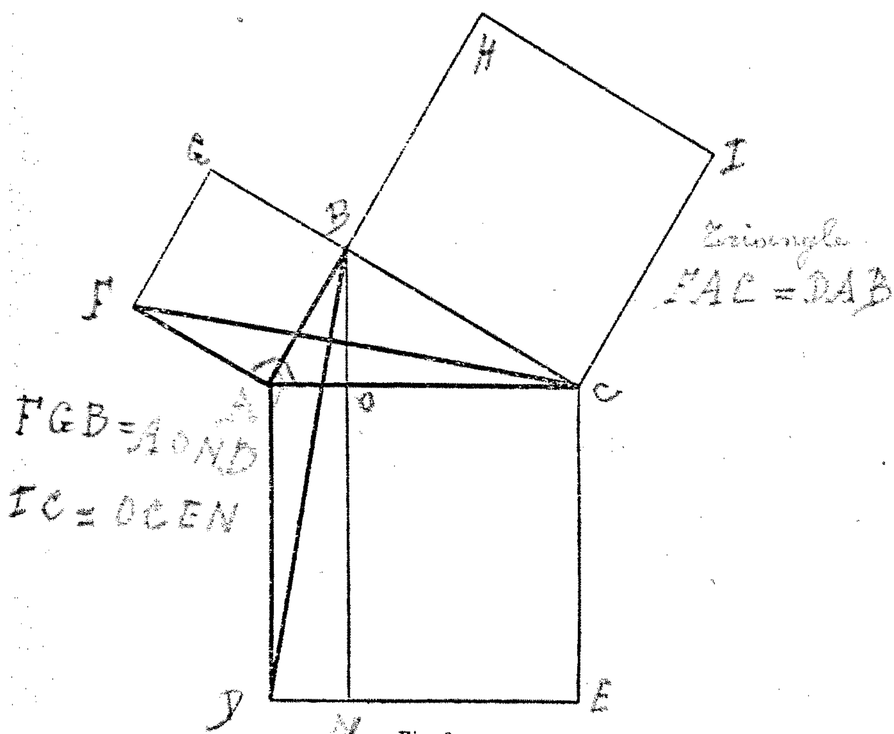


Fig. 9.

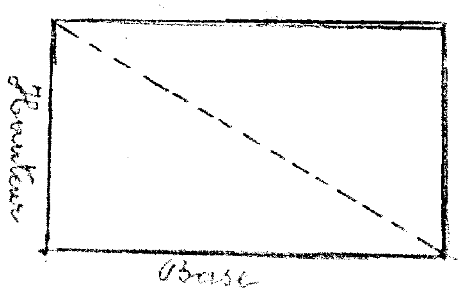
Prenons au contraire le théorème que la tradition fait remonter à Pythagore. L'on voit immédiatement combien la démonstration en est différente. Le grand carré, construit sur l'hypoténuse, est partagé en deux rectangles. Il s'agit de démontrer l'équivalence de leur surface avec celle des carrés construits sur l'angle droit. Des figures auxiliaires, à savoir des couples de triangles interviennent ; cela étant, il faut prouver tout d'abord que les triangles couplés sont égaux (1) ensuite que l'un d'eux équivaut à la moitié de l'un des carrés, etc. La démonstration, sous cette forme, est absolument générale, indépendante de cas particuliers ; d'autre part elle suppose tout un ensemble de propositions antérieurement démontrées et qui s'enchaînent avec rigueur, par exemple : tous les triangles qui ont même base et même hauteur qu'un rectangle ont une surface égale, laquelle est équivalente à la moitié de celle du rectangle (1). Voir fig. ci-dessous

Pour établir toutes ces propositions, il faut s'appuyer sur les propriétés générales de la droite, de l'angle, en d'autres termes sur des axiomes et des définitions. Ces axiomes ou définitions, d'autre part, doivent être logiques et ne renfermer aucune obscurité pour l'esprit ; sinon la déduction resterait douteuse et manquerait de rigueur.

Ainsi l'idéal que les Grecs ont de plus en plus consciemment poursuivi est le suivant : mettre à la base de toute science un ensemble de principes que garantit une logique rigoureuse, puis par leur moyen construire un édifice de conséquences dont une déduction rationnelle garantit la valeur.

Sans insister davantage, on voit combien en matière de connaissance l'idéal grec diffère de celui des peuplades primitives ou même des peuples de l'Orient.

(1) Dans cette démonstration la recherche de l'identité joue un rôle prépondérant comme M. E. Meyerson le fait justement remarquer : *De l'explication dans les sciences*, vol. I, p. 137 et sq. Payot, Paris, 1921.



(1) Deux triangles sont égaux lorsqu'ils ont un angle égal compris entre 2 côtés chacun à chacun (1er cas d'égalité triangles)

CHAPITRE PREMIER

Les sciences mathématiques

§ 1er. — Objet et domaine des mathématiques grecques

Lorsque l'on considère les questions traitées par les mathématiciens grecs, l'on est surpris au premier abord de leur extrême diversité. A côté d'œuvres entièrement achevées nous trouvons dans le recueil de Diophante le principe d'une théorie des nombres, chez Apollonius l'idée première d'une géométrie analytique, chez Archimède la conception déjà très nette du calcul des infiniment petits et chez Euclide l'application presque parfaite d'une méthode d'exposition qui est restée à la base d'œuvres plus modernes (1).

Si importantes qu'elles soient, ces découvertes toutefois n'embrassent qu'une portion du vaste champ des mathématiques. Les relations des nombres et des figures constituent en effet un monde si extraordinairement complexe que la science moderne est loin de l'avoir entièrement exploré. Aussi, parmi tous les aspects que ce monde de relations présente, les savants grecs ont-ils dû forcément choisir. Quelles ont été les raisons et les circonstances qui ont déterminé leur choix ? C'est ce qu'il faut essayer de mettre en lumière.

Sur la nature du fait mathématique l'accord est unanime. Le mathématicien grec admet d'une façon implicite ou expli-

(1) 4 Boutroux, *Idéal*, p. 31.

cite que la science du nombre et de l'espace porte sur des objets idéaux, préservés de toute altération ou corruption accidentelle. Platon a développé avec force cette manière de voir en l'étayant d'arguments métaphysiques. Les sciences mathématiques ne peuvent avoir pour fondement les phénomènes instables et changeants du monde sensible; la géométrie, par exemple, a pour objet la connaissance de ce qui est toujours et par là elle attire l'âme vers la vérité et l'oblige de porter ses regards en haut, au lieu de les abaisser sur les choses d'ici-bas ; l'arithmétique de même a la vertu d'élever l'âme en la forçant à raisonner sur les nombres tels qu'ils sont en eux-mêmes, sans jamais souffrir que ses calculs roulent sur des nombres visibles ou palpables (*Rép.* 525 D). Il existe ainsi un monde de notions ou d'idées qui se suffit à lui-même et qui n'a pas besoin pour se maintenir de s'appuyer sur le monde sensible. Ces notions ou idées soutiennent entre elles des rapports immuables qu'il appartient à l'esprit humain de découvrir.

Sur ce point tous les géomètres grecs, qu'ils acceptent ou qu'ils rejettent l'idéalisme platonicien, sont d'accord. Les figures sur lesquelles nous raisonnons ne sont point celles que nos sens nous font percevoir. Il n'existe pas dans la réalité sensible de point qui n'ait pas de parties, de ligne sans largeur ou de surface sans épaisseur. Les figures matérielles peuvent bien soutenir l'imagination et aider ainsi au raisonnement ; mais elles ne sont qu'un secours accessoire.

Ce qui constitue l'essence de la figure géométrique, ce qui lui donne sa raison d'être mathématique, c'est la liaison, définie une fois pour toutes, des parties qui la composent. Prenons, par exemple, le cercle. Une fois posées les notions de droite, de distance, de distance égale, je crée pour ainsi dire idéalement le cercle en déclarant avec Euclide (Définition, XV, *Elementa*, I, p. 4) que le cercle est une figure plane, limitée par une ligne, et telle que par un point intérieur, unique et privilégié, on puisse mener à cette ligne des droites toutes égales entre elles. Le cercle ainsi créé n'a pas de grandeur définie pour l'imagination sensible, car il peut représenter aussi bien une surface microscopique qu'une région prolongée autant qu'on le veut dans l'espace. La définition du cercle peut donc se concrétiser dans des représentations sensibles ; mais elle n'est épuisée par aucune d'elles et ce ne sont pas ces représentations qui justifient son existence, car elles n'en sont jamais qu'une image imparfaite.

On le voit ; la définition met en lumière la structure des essences mathématiques et les révèle distinctes des faits qui sont donnés dans la perception sensible. Cette distinction s'impose au géomètre indépendamment des raisons métaphysiques, toujours discutables, par lesquelles on cherche à la justifier.

Ce qu'il y a de certain, c'est que les essences mathématiques, grâce à leur définition, peuvent servir de base à des raisonnements rigoureux que jamais l'expérience sensible ne pourra démentir. Si prenant au hasard deux points sur une circonférence et si avec ces deux points et le centre du cercle pour sommet je construis un triangle, je puis affirmer que ce triangle est isocèle et possède deux angles égaux. Cette affirmation découle immédiatement des définitions qui ont été données du triangle isocèle et du cercle.

Les Grecs ont eu ainsi l'immense mérite de montrer que les expressions numériques et les figures géométriques ont une nature propre, relevant d'autres critères et ressortissant à d'autres méthodes d'investigation que les phénomènes du monde sensible. Mais cela ne nous permet pas de comprendre ce qui les a dirigés dans le choix des innombrables problèmes que posent l'arithmétique et la géométrie. Sans doute il est déjà très important de reconnaître la qualité des matériaux et la manière de les utiliser pour la construction d'un édifice; mais il faut encore les trier conformément au plan de l'édifice. Or les combinaisons régulières de nombres ou de figures sont en quantité indéfinie. La géométrie analytique nous a révélé plusieurs courbes (la courbe du diable,(1) par exemple) dont les savants grecs n'ont pas eu la moindre

(1) Pas trouvé dans le dictionnaire Larousse

idée. Pourquoi ceux-ci se sont-ils arrêtés à telle propriété des nombres ou à telle famille des figures plutôt qu'à telle autre ?

Le critère qu'ils ont utilisé pour opérer le choix des figures fut la construction. Cette construction du reste, comme le fait justement remarquer P. Boutroux, n'a rien de commun avec les mesures concrètes des arpenteurs. « C'est une opération rationnelle qui doit permettre d'établir et de vérifier *l'existence* théorique des figures sur lesquelles on raisonne. Pour atteindre ce but, le moyen le plus simple consiste évidemment à construire effectivement la figure, ou plutôt à définir un procédé théorique qui *permettrait* de la construire si l'on savait parfaitement dessiner » (1).

Mais on peut concevoir bien des moyens de construire ou de dessiner une figure, par exemple, en utilisant des droites et des cercles ou bien en considérant la trace laissée par un point qui se meut sur un plan ou même dans l'espace suivant une loi donnée (cycloïde, spirale, etc.). Ici un choix ne s'impose pas nécessairement. Les Grecs toutefois, après quelques hésitations, ne veulent plus admettre comme constructions légitimes que celles qui peuvent être effectuées au moyen de la droite et du cercle ou, en langage concret, au moyen de la règle et du compas.

Les objets de la géométrie plane seront ainsi entièrement définis. Mais en ce qui concerne la géométrie dans l'espace, une difficulté se présente immédiatement. Les objets stéréométriques ne peuvent être figurés par un dessin plan, à moins d'employer la géométrie projective. Les géomètres grecs ne songèrent pas à recourir à cet artifice et ne surent tout d'abord comment s'en tirer, ce que Platon leur reprocha assez vivement (*Lois*, 528B). Ils finirent par admettre *à priori* la légitimité des constructions qui dans l'espace correspondent aux constructions faites sur le plan avec la règle et le compas : construction d'un plan, d'une droite ou d'un cercle de l'espace et aussi construction de corps ronds, tels que le

(1) 4 Boutroux, *Idéal*, p. 38.

cylindre, le cône, la sphère, engendrés respectivement par la révolution d'un rectangle, d'un triangle, d'un cercle autour d'un axe rectiligne (1).

Du même coup les sections coniques eurent droit de cité dans la géométrie, puisqu'elles peuvent être obtenues, comme nous l'avons vu, par l'intersection d'un cône et d'un plan convenablement disposé.

Quant aux courbes telles que la quadratrice d'Hippias, la conchoïde de Nicomède et la cissoïde de Dioclès, elles restent quelque peu en marge de la science pure et officiellement reconnue ; on les considère comme trop mécaniques, parce que pour les construire il faut des instruments autres que la règle et le compas.

Voir Laraux p. 344 les

Descartes fait justement remarquer combien une telle séparation est arbitraire. Je ne saurais, dit-il en substance, comprendre pourquoi les Anciens ont nommé ces courbes mécaniques plutôt que géométriques. « Car, de dire que c'eût été à cause qu'il est besoin de se servir de quelque machine pour les décrire, il faudrait rejeter par même raison les cercles et les lignes droites, vu qu'on ne les décrit sur le papier qu'avec un compas et une règle, qu'on peut aussi nommer machines » (2). L'argument de Descartes paraît sans réplique. Mais alors, d'où vient la limitation que le géomètre grec s'est imposée ?

D'après P. Boutroux il n'y aurait à cela pas d'autre raison que le désir d'obtenir une science simple et bien ordonnée, par conséquent belle et harmonieuse. Cette raison ne nous semble pas absolument décisive. Sans doute le tracé d'une droite ou d'une circonférence se fait au moyen d'un procédé très simple; de plus la droite et la circonférence représentent des êtres mathématiques parfaits et homogènes, car, deux arcs de la même circonférence peuvent se superposer tout comme deux fragments de droite. Mais là s'arrête la simplicité. Sitôt que l'on cherche le rapport du rayon à la circonférence

(1) 4 Boutroux, *Idéal*, p. 40.
(2) *Géométrie*, livre II ; édition Adam et P. Tannery, VI, p. 388.

le problème s'obscurcit. De là les efforts infructueux que la géométrie grecque dès ses débuts a tentés pour effectuer la quadrature du cercle et qu'elle ne cessa de poursuivre.

La recherche de la simplicité harmonieuse ne suffit pas, à elle seule, pour expliquer l'orientation des mathématiques grecques. Il faut, nous semble-t-il, y ajouter d'une part l'influence des arts techniques et de l'autre la crainte d'obscurcir les raisonnements en faisant intervenir des moyens mécaniques autres que la règle et le compas.

Le premier point paraît hors de doute. Comme G. Sorel le souligne à plusieurs reprises, c'est certainement à l'art de l'ingénieur et de l'architecte que la géométrie grecque a emprunté ses premiers problèmes et jusqu'à un certain point ses définitions.

Thalès fut ingénieur autant que géomètre; selon une tradition qui reste vraisemblable malgré les réserves d'Hérodote (I, 75), il aurait dérivé par un canal les eaux du fleuve Halys(2) et rendu ce dernier guéable aux armées de Crésus. Il ne faut pas oublier non plus que le père de Pythagore exerçait à Samos le métier de graveur de cachets. Ces derniers avaient une valeur magique reconnue de tous et la glyptique(1) samienne était réputée pour sa fabrication (1). Aussi faut-il peut-être attribuer l'invention des polyèdres réguliers aux tailleurs de pierres dures dont les tâtonnements auraient précédé les raisonnements des géomètres.

G. Sorel estime également qu'une partie notable des Eléments d'Euclide dérive de l'art de bâtir. Il considère comme une interpolation la définition XXIII des parallèles en tant que droites prolongées à l'infini et ne se rencontrant jamais; car cette définition ne cadre pas avec l'obligation pour la géométrie grecque de ne jamais faire intervenir directement l'infini. Euclide a dû certainement définir le parallélisme de deux lignes en fonction de leur équidistance. Il ne faisait ainsi que traduire en langage géométrique la pratique

(1) G. Sorel, *De l'utilité du pragmatisme*, Rivière, Paris, 1921, p. 198.

(1) Art de graver sur pierres fines.
(2) Aujourd'hui le Kizil-Irmak, le plus grand fleuve de l'Asie Mineure. Il descendait du Taurus, traversait la Galatie et tombait dans Pont-Euxin.

des architectes qui pour construire une paroi utilisaient des blocs rectangulaires soigneusement taillés, de manière à pouvoir les interchanger dans leur superposition. Il y a plus. La définition si obscure qui est donnée de la ligne droite dans les *Eléments* (définition IV) s'éclaire d'un jour nouveau si on la met en rapport avec l'art du maçon. Celui-ci pour vérifier le dressage d'une surface taillée au ciseau appliquait sur elle une règle de pierre enduite d'huile rouge. Si le dressage était parfait, l'empreinte laissée par la règle se révélait sans discontinuité; dans le cas contraire il y avait des espaces vides. De là résulte la définition de la droite comme « d'une ligne également couchée sur ses points ». Il semble toutefois que la géométrie grecque, au fur et à mesure de ses progrès, aurait pu se libérer des entraves que lui imposait l'usage séculaire de la règle et du compas et conquérir de nouveaux et plus vastes domaines, en adoptant des figures construites par d'autres moyens.

Si elle ne l'a pas fait, c'est sans doute à cause du mépris dans lequel on tenait les outils façonnés et maniés par les esclaves (1) ; mais c'est probablement aussi parce que les tracés géométriques obtenus par ces outils soulèvent des problèmes qui restent obscurs à la logique. Et voici comment. Les appareils qui permettent de décrire mécaniquement les figures peuvent être répartis en deux groupes. Le premier comprend les appareils dont la disposition reste exactement la même pendant que la figure est décrite. Les branches d'un compas gardent la même longueur et le même écartement, alors que l'une de ces branches trace le cercle. De même un triangle qui engendre un cône reste constamment identique à lui-même quant à sa surface et à la lon-

(1) Ainsi que le rappelle M. E. Meyerson, Platon parlant des démonstrations géométriques où l'on fait intervenir la mécanique déclare que c'est là corrompre indignement la géométrie en la faisant passer comme une esclave fugitive, de l'étude des choses incorporelles et intelligibles à celle des objets qui tombent sous les sens et en employant, outre le raisonnement, des corps longuement et servilement façonnés par le travail de la main. *Bulletin de la Société française de philosophie*, fév.-mars, 1914, p. 101.

gueur de ses côtés, et c'est cette identité qui assure logiquement les propriétés de la figure engendrée. Les appareils qui forment le deuxième groupe sont au contraire composés d'une ou de plusieurs pièces qui se déplacent les unes par rapport aux autres dans le moment même où la figure est décrite. Ces pièces par conséquent n'occupent plus la même position aux débuts et à la fin de l'opération. Dans le tracé de la quadratrice, par exemple, le rayon du cercle se meut angulairement alors que la droite qui le coupe constamment se déplace d'une façon parallèle à elle-même (p. 56). Comment définir logiquement le point d'intersection qui résulte de la rencontre de ces deux mouvements ? Cette rencontre entraîne la divisibilité indéfinie du rayon et de la droite et se heurte par conséquent aux objections soulevées par Zénon d'Elée.

Telle est la raison dernière qui consciemment ou inconsciemment, nous semble-t-il, a poussé les géomètres grecs à n'admettre vraiment que les figures construites au moyen de la règle et du compas et les solides de révolution engendrés par ces figures.

§ 2. — L'arithmétique et l'algèbre

Les savants grecs ne se sont guère préoccupés des applications concrètes de la science, et ils ont de bonne heure distingué entre l'arithmétique théorique et l'art de calculer numériquement des grandeurs concrètes. Selon le mot de Platon, il faut raisonner sur les nombres tels qu'ils sont en eux-mêmes et non sur les nombres qui ont des corps visibles et palpables (*Rép.* 525 D). Par conséquent « quand on parle de l'arithmétique chez les Grecs, il faut entendre la théorie des propriétés des nombres et exclure tout ce qui concerne le calcul, c'est-à-dire ce qui, depuis Platon au moins, a été appelé logistique » (1). Un scholie sur le Charmide, traduit par P. Tannery (2), cherche à préciser ce qu'il faut entendre

(1) 25 Tannery, *Science hellène*, p. 369.
(2) 26 Tannery, *Géo. grecque*, p. 48 et 49.

par cette science, distincte de l'arithmétique pure. S'inspirant de ce scholie, P. Boutroux fait justement remarquer ceci : « Loin d'assimiler les grandeurs aux nombres, la tradition grecque interdisait de considérer comme de véritables nombres les nombres qui mesurent des grandeurs : ce sont des nombres *phialites*, ou relatifs aux fioles, des nombres *mélites*, ou relatifs aux troupeaux (ou aux pommes). Et c'est pourquoi les problèmes concernant les grandeurs étaient énoncés sous forme concrète et non sous forme théorique : ce qui est pour nous la « résolution d'une équation de tel ou tel type » était autrefois la solution du problème des bœufs, du problème des arbres, du problème des lapins »... (1). De nos jours encore les écoliers parlent entre eux du problème des deux courriers, du problème des bassins de fontaine.

A l'origine cependant la distinction entre la logistique et l'arithmétique pure ne fut pas nettement établie. Il est certain, par exemple, que, si Euclide a dépassé les connaissances de l'Ecole pythagoricienne, il a laissé de côté beaucoup de questions dont celle-ci s'était occupée (2). L'arithmétique pythagoricienne fut certainement plus variée dans ses recherches et jusqu'à un certain point dans ses conceptions que l'arithmétique de ses successeurs. Le fait s'explique aisément.

Si les Pythagoriciens eurent l'incontestable mérite de poser en Grèce les fondements de la science mathématique, ils ne surent pas les dégager de toute considération métaphysique. Le fait est surtout frappant dans le domaine de l'arithmétique qui est en un sens la pierre angulaire de la philosophie pythagoricienne aux yeux de laquelle le nombre et ses propriétés constituent la base du réel. C'est qu'en effet les phénomènes sensibles les plus divers au point de vue qualitatif peuvent présenter des rapports numériques identiques.

Il y a, par exemple, au point de vue de la sensation éprouvée une grande différence entre la forme d'un triangle

(1) 3 Boutroux, *Analyse* I, p. 121.
(2) 25 Tannery, *Science hellène*, p. 370.

rectangle et celle d'un triangle quelconque; pourtant, si les bases et les hauteurs de ces triangles sont égales, leurs surfaces seront exprimées exactement par le même nombre. Un hexagone régulier et un triangle équilatéral présentent à notre œil un aspect différent ; l'hexagone toutefois peut être décomposé en six triangles équilatéraux.

Mais ce ne sont pas seulement les figures immobiles qui peuvent être mesurées; les mouvements des astres sont également soumis à la loi du nombre. Il y a plus. Les sons musicaux sont hétérogènes entre eux en ce qui concerne la qualité, car une somme de sons graves ne peut produire un son aigu et inversement. Il existe toutefois des rapports numériques entre la qualité des sons et la dimension des objets qui les produisent.

Le nombre est ainsi à la base de tout. Ce n'est pas pour les Pythagoriciens un symbole abstrait, mais bien une réalité concrète (1), occupant une place déterminée dans l'espace, ayant des qualités et des affinités morales aussi bien que physiques nettement définies, un peu comme l'atome chimique.

Dans ces conditions les nombres s'identifient avec l'espace ; non seulement ils imitent ce dernier, mais ils le créent. Aussi par une décomposition appropriée est-il possible de trouver les groupements de nombres qui correspondent à certaines formes spatiales. Selon les Pythagoriciens la meilleure décomposition est celle que l'on obtient au moyen du gnomon, c'est-à-dire d'une équerre. Comme le définit Héron d'Alexandrie (IV *Definitiones*, p. 44, 13) le gnomon est tout ce qui, ajouté à un nombre ou à une figure, donne un tout semblable à ce à quoi il a été ajouté (2).

Cela étant, supposons une suite de gnomons (ou d'équerres) qui s'emboîtent les uns dans les autres. Si le premier renferme un point, le second trois points, etc., on constate alors que la somme des nombres impairs forme des carrés (fig. 10).

(1) 7 BRUNSCHVICG, *Etapes*, p. 34.
(2) 20 MILHAUD, *Phi. géo.*, p. 88.

Si les gnomons renferment des nombres pairs, on obtient non plus des carrés, mais des rectangles (fig. 11).

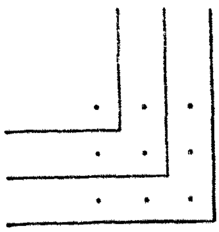


Fig. 10.

On remarque aussi que la somme $1 + 2 + 3 + \ldots + n$ de n nombres consécutifs commençant par un est un triangle (fig. 12).

Du reste, ce ne sont pas seulement les figures planes qui correspondent ainsi à des sommes de nombres, disposées en séries. Ce sont aussi les figures dans

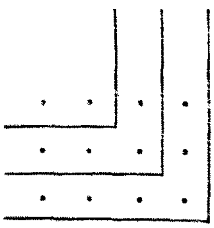


Fig. 11.

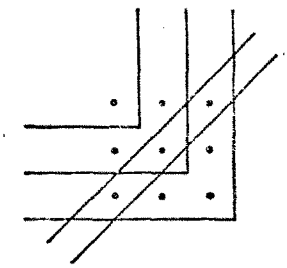


Fig. 12.

l'espace. Par exemple en superposant les nombres triangulaires on obtient les nombres pyramidaux 1, puis $1 + 3 = 4$, puis

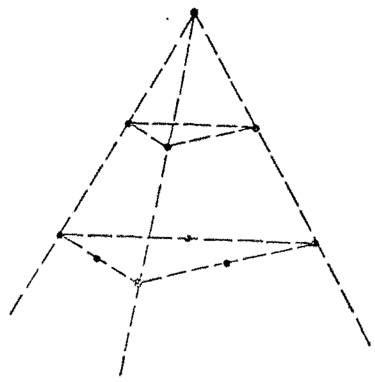


Fig. 13.

encore $1 + 3 + 6 = 10$, etc., ce dernier étant représenté comme l'indique la figure 13.

C'est probablement à ces conceptions arithmético-spatiales que remonte la classification des nombres en nombres carrés (obtenus en multipliant un nombre par lui-même), en nombres plans (formés de deux facteurs), en nombres solides tels que le cube. De cette classification les noms de carré et de cube ont seuls subsisté jusqu'à nos jours.

De plus, comme les nombres ne sont pas des abstractions, mais des êtres doués de qualités et presque de sentiments, il en est qui sont parfaits, c'est-à-dire égaux à la somme de leurs diviseurs (par exemple, $6 = 1 + 2 + 3$). Il en est d'autres qui sont amis et tels que chacun égale la somme des diviseurs de l'autre (1).

D'après G. Milhaud l'arithmétique permet d'expliquer la table des catégories métaphysiques dressée par les Pythagoriciens (2). Cette table envisage d'un côté, les notions de fini, impair, unité, carré, etc., pour les opposer de l'autre aux notions d'infini, de pair, de multiple, d'hétéromèque, etc.

Pour comprendre ces oppositions il suffit de se rappeler ceci : si l'on construit les nombres impairs avec le gnomon,
fig 10 on obtient un carré, c'est-à-dire une figure finie et achevée, dont les côtés ont un rapport $\frac{n}{n}$ toujours identique et égal à un. Au contraire la construction des nombres pairs par le
fig. 11 gnomon fournit un rectangle, figure indéfinie en ce sens que ses côtés n et $n+1$ ont un rapport changeant avec la valeur de n : $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, ..., $\frac{n}{n+1}$.

On sait enfin que les Pythagoriciens dans leur arithmétisme sont allés jusqu'à penser que les réalités morales elles-mêmes sont formées de nombres (3). La justice entre autres a pour raison d'être le nombre quatre, le carré représentant l'équilibre parfait.

Toutefois, malgré leur orientation métaphysique et mys-

(1) 3 Boutroux, *Analyse* I, p. 5.
(2) 20 Milhaud, *Phi. géo.*, p. 116 et sq.
(3) 23 *bis*, Robin, *La pensée grecque*, p. 73.

tique, les recherches pythagoriciennes aboutirent à plusieurs découvertes intéressantes. Outre les propriétés de certaines séries de nombres, elles ont défini divers types de médiétés :

1° la médiété arithmétique telle que $a + b = 2m$,

$$\frac{a - m}{m - b} = \frac{a}{a}$$

2° la médiété géométrique telle que $m^2 = ab$,

$$\frac{a - m}{m - b} = \frac{a}{m}$$

3° la médiété harmonique telle que $\frac{2}{m} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$,

$$\frac{a - m}{m - b} = \frac{a}{b}$$

Mais ces proportions n'ont de sens pour les Pythagoriciens que si elles sont formées de nombres entiers; elles ne s'appliquent pas à n'importe quelle espèce de grandeurs, commensurables ou non, pourvu que celles-ci soient proportionnelles.

Du reste l'essor donné à l'arithmétique spatiale par l'école pythagoricienne est arrêté d'une part par la découverte de l'irrationnelle $\sqrt{2}$ et de l'autre par la critique de Zénon. De plus les spéculations mystiques sur lesquelles cette science semblait reposer répugnent de plus en plus à l'esprit des savants désireux de faire œuvre positive. Il en résulte que l'arithmétique reste plus ou moins stationnaire chez les Grecs.

Euclide cependant systématise aux livres VII-IX des *Eléments* les résultats obtenus jusqu'à lui (1). Il représente les nombres sous forme de longueurs et déduit leurs propriétés de celles des figures géométriques. Il étudie la théorie des nombres rationnels, indique les règles pour trouver le plus grand commun diviseur et le plus petit commun multiple; il s'occupe également des fractions, des progressions géomé-

(1) 23 Rouse Ball, *Histoire des mathématiques* I, p. 62.

triques et montre que le nombre des nombres premiers est illimité.

Est-ce au système de numération employé par les Grecs qu'il faut attribuer l'état stationnaire de leur arithmétique ? Sans doute ce système n'était pas aussi pratique que le nôtre ; mais ce n'était pas là un obstacle insurmontable, comme en témoigne l'Arénaire d'Archimède.

Quoiqu'il en soit, les spéculations arithmétiques ne furent renouvelées en Grèce que par Diophante, et encore sous une forme algébrique.

L'originalité de Diophante, c'est tout d'abord d'avoir intitulé son ouvrage ἀριθμητικά (arithmétique) alors que les matières traitées par lui ressortent de la logistique. Cette innovation est plus qu'une affaire de mots ; elle fait passer dans la science abstraite ce que l'on avait considéré jusqu'alors comme appartenant à la science concrète; elle annonce un changement dans la forme et dans la méthode.

A une exception près (*Opera*, I, p. 385) les nombres de Diophante sont abstraits et ne se rapportent plus à des bœufs ou à des lapins; de plus les problèmes sont traités méthodiquement ; leur solution n'est pas simplement énoncée sans démonstration, comme c'était le cas chez les logisticiens.

Bien que Diophante eût éclipsé tous ses devanciers, sa tentative ne fut pas comprise dans le sens où il l'avait désiré. Nicomaque dans son traité de l'arithmétique considère encore les nombres de Diophante comme concrets. La distinction traditionnelle entre l'arithmétique et la logistique subsiste, bien que le profond abîme qui les sépare soit désormais comblé (1).

De fait les Arabes ne traduisirent Diophante qu'au x^e^ siècle et c'est seulement en l'an 1575 que l'Occident le connut (2).

(1) 26 TANNERY, *Géo. grecque*, p. 52.
(2) 23 ROUSE BALL, *Histoire des mathématiques*, I, p. 118.

§ 3. — L'irrationnelle $\sqrt{2}$. Les arguments de Zénon d'Elée. Proportions et méthode d'exhaustion. Calcul intégral (1).

Le réalisme arithmétique, naïvement proclamé par les Pythagoriciens, fut mis en échec par la découverte que dans un carré la diagonale et le côté sont incommensurables. Si l'espace est nombre ou rapport de nombres, cette découverte est troublante. Les Pythagoriciens sans doute ne prétendent pas évaluer le nombre des points qui composent en fait un segment de droite, mais ils affirment que ce nombre existe et qu'il est forcément entier, puisque le point est indivisible. Entre deux droites A et B de longueur inégale, il doit donc y avoir le rapport A/B, dans lequel A et B représentant une somme de points sont nécessairement deux nombres entiers. Ce rapport se ramène en fait à un rapport plus simple n/N, à condition de choisir convenablement l'unité de mesure pour évaluer les longueurs A et B, puisque celle-ci joue alors le rôle de facteur commun. Supposons maintenant que les côtés d'un carré aient chacun 10 fois points. D'après le théorème dit de Pythagore, le carré élevé sur la diagonale renfermera 200 fois points. Il faut donc que celle-ci soit égale à un nombre entier qui, multiplié par lui-même, donne exactement 200. Or 14 est trop petit, car $14 \times 14 = 196$; 15 est trop grand, puisque $15 \times 15 = 225$.

Considérons alors le côté du carré, égal non pas à 10 fois, mais à 100 fois, à 1.000 fois, à n fois points, etc. Quel que soit le chiffre choisi, on ne trouve jamais pour la diagonale un nombre qui élevé au carré reproduise exactement 2×10^n.

De ce fait, les Pythagoriciens surent donner la démonstration suivante. Soit a la diagonale et b le côté du carré. Ces deux nombres peuvent être supposés premiers entre eux, car

(1) Voir notre livre : *Logique et Mathématiques*, Delachaux, Neuchâtel, 1908 et notre article dans la Revue de Métaphysique et Morale, juillet 1911 : *Infini et science grecque*.

s'ils ne l'étaient pas, ils pourraient toujours le devenir par la suppression de leurs facteurs communs. De la relation $a^2 = 2b^2$, il faut conclure que a^2 et par conséquent a est un nombre pair. Puisque a et b sont premiers entre eux, b ne peut être qu'impair. Mais si a est pair, nous pouvons poser $a = 2a_1$ et la relation primitive devient $4a_1^2 = 2b^2$ ou encore $2a_1^2 = b^2$. Dans ce cas b est pair; mais alors a et b ne sont plus premiers entre eux, ce qui est contraire à l'hypothèse. Le côté et la diagonale d'un carré sont donc incommensurables entre eux.

Bien que troublés par cette découverte, les Pythagoriciens la regardèrent comme un cas isolé; ils ne modifièrent pas à cause d'elle leurs conceptions arithmético-spatiales et ils ne surent pas entrevoir les rapports du continu et du nombre infini. Zénon d'Elée fut le premier à poser ce problème d'une façon précise.

D'après une opinion généralement répandue, il aurait voulu, en le discutant, prouver avant tout l'impossibilité du mouvement et nier indirectement la pluralité de l'être. Mais, comme nous l'avons vu, un passage de Platon (*Parménide*, 128 C) permet d'affirmer que Zénon a simplement cherché à combattre la pluralité telle que l'affirmaient les Pythagoriciens. Le témoignage de Platon est d'autant plus probant que l'argumentation de Zénon ne signifie rien s'il s'agit de nier le fait du mouvement; elle est décisive au contraire pour montrer que le mouvement est incompatible avec l'hypothèse de la pluralité.

De cette argumentation brièvement résumée par Aristote (*Phys.* 239 b 9) nous ne retiendrons que les parties intéressant le continu dans ses rapports avec le nombre infini.

D'après Zénon il faut nécessairement admettre ou bien que la division de l'espace, du temps et du mouvement peut se poursuivre indéfiniment ou bien qu'elle a un terme.

Supposons tout d'abord que la division soit indéfinie. Dans ce cas un mobile ne peut parcourir la longueur AB, car avant d'atteindre le point B, il doit franchir AB/2 et avant cela AB/4, AB/8, etc. La division dichotomique de AB étant infinie, on ne voit pas comment le déplacement du mobile peut se produire. Même difficulté, si l'on envisage le rapport de deux choses en mouvement. Achille court dix fois plus vite que la tortue; mais s'il lui donne une avance de dix mètres il ne pourra pas la rattraper. L'espace qu'il devrait parcourir pour cela est représenté par la somme des étapes suivantes dont la longueur diminue sans doute, mais ne devient jamais nulle

$$10 + 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \cdots + \frac{1}{10^n} + \cdots$$

Chaque fois qu'Achille franchit l'un de ces intervalles, la tortue parcourt aussitôt le suivant. On objecte, il est vrai, que le point de rencontre entre Achille et la tortue peut être calculé par la formule bien connue donnant la limite de la somme des termes en nombre infini d'une progression géométrique dont le premier terme est a et dont la raison r est plus petite que 1.

$$S = \frac{a}{1-r} \quad \text{c'est-à-dire} \quad S = \frac{10}{1-\frac{1}{10}} = 11 \text{ mètres } 1/9.$$

Mais, comme le fait remarquer Zeuthen (1), les considérations mêmes invoquées par Zénon montrent qu'à son époque l'on savait déjà effectuer cette sommation. Ce qu'elles contestent, c'est précisément la légitimité de la formule

$$S = \frac{a}{1-r},$$

puisque, pour établir cette dernière, il faut dans

$$S = \frac{a}{1-r} - \frac{ar^n}{1-r}$$

négliger le terme $\frac{ar^n}{1-r}$ comme insignifiant. Jusqu'à quel point a-t-on le droit de le faire ? Là est le problème.

Au lieu d'admettre la possibilité d'une division indéfinie,

(1) Zeuthen, *Histoire des mathématiques*, p. 54.

supposons alors que cette division a un terme et qu'il existe (en nombre fini ou infini, peu importe) des éléments ultimes de l'espace, du temps et du mouvement.

A cela Zénon répond par l'argument de la flèche. Les extrémités et le corps d'une flèche qui vole doivent à chaque instant coïncider avec les points dont sa trajectoire est composée ; mais s'il y a coïncidence, si bref que soit l'instant ultime du temps, il y a immobilité. Le mouvement de la flèche se ramène donc à une somme d'immobilités instantanées, ce qui est absurde.

Essaie-t-on d'éviter l'objection en déclarant que chaque instant correspond, non pas à une position déterminée de la flèche, mais au passage de chaque position à la suivante ? Zénon invoque alors l'argument des masses qui se mouvant en sens inverse les unes des autres se croisent et il montre que des vitesses supposées différentes sont en réalité égales, puisque par la dichotomie la somme des instants dont ces vitesses se composent peut toujours être ramenée au même nombre, c'est-à-dire au nombre infini.

Les arguments de Zénon se réduisent donc en fait à établir par l'absurde qu'un corps géométrique n'est pas une somme de points, que le temps n'est pas une somme d'instants, que le mouvement n'est pas la somme des passages d'un point à un autre. Ils eurent pour résultat de fonder une fois pour toutes la divisibilité indéfinie de l'espace. Dès lors le débat concernant la divisibilité porta sur la matière, et l'atomisme put se constituer grâce aux travaux de Leucippe et de Démocrite.

Au point de vue mathématique le problème à résoudre est le suivant : ne plus identifier le nombre discontinu et la grandeur continue et cependant trouver le moyen d'adapter le nombre à l'étude des figures géométriques. Ce problème est difficile, car les raisonnements de Zénon paraissent impeccables et l'impossibilité de les concilier avec les données de l'intuition spatiale semble condamner à tout jamais l'emploi rationnel et immédiat de l'infini mathématique. D'autre part et pratiquement certains sophistes tels que Antiphon affirment, au nom de ces raisonnements, une identité inacceptable entre les éléments curvilignes et les éléments rectilignes.

Aussi, malgré les efforts d'Aristote pour légitimer la notion de continuité, la confiance dans les spéculations directement infinitésimales fut-elle ébranlée à jamais dans l'esprit des mathématiciens grecs. Du reste les formules énoncées par Aristote ne sont pratiquement d'aucun usage pour les mathématiques ; elles appartiennent à un traité de physique qui porte au plus haut point le caractère d'une métaphysique.

Pour Aristote en effet la question qui se pose est la suivante : Si l'infini est une réalité donnée, l'énumération de tous les nombres entiers doit avoir un terme, ce qui logiquement est impossible (*Phys.*, 204 b 4-10). Mais rejeter l'infini, c'est déclarer que le temps a un commencement, que la grandeur est discontinue et que le pouvoir de compter a une limite (*Phys.*, 206 a 9-12). Pour lever ces difficultés il faut selon Aristote distinguer dans le problème de l'infini entre la grandeur et le nombre (1).

Une grandeur infinie, pas plus qu'un espace infini, ne peut exister. L'espace en effet ne peut s'étendre au delà du monde matériel dont il est la limite (*Phys.*, 212 a 31). Si l'univers était illimité, il ne pourrait accomplir sa révolution quotidienne en 24 heures. De plus, ce qui est infini est imparfait, inachevé et impensable. Or le monde est un tout fini qui peut être pensé.

Mais si la grandeur n'est pas infiniment grande, elle est par contre indéfiniment divisible et en ce sens il y a un infini de grandeur, mais seulement en puissance et non en acte, puisque la division n'est jamais achevée. Le continu doit donc se définir : ce qui est divisible en parties toujours divisibles (*de caelo*, 268 a 6). S'il en est ainsi, les arguments des

(1) Cf. 21 MILHAUD, *Etudes*, p. 120.

Eléates contre la réalité du mouvement perdent toute leur force, car il n'est pas nécessaire que les divisions toujours possibles du temps et de l'espace soient effectuées pour que le mouvement ait lieu en réalité.

A l'égard du nombre, Aristote adopte une attitude exactement inverse. Il admet un nombre infini à l'état virtuel, en ce sens qu'après tout nombre entier il y en a toujours un autre. Mais un infiniment petit numérique est inconcevable, puisque l'unité forme un élément au-dessous duquel on ne peut descendre.

En résumé Aristote considère toute grandeur comme finie, mais il en admet la divisibilité indéfinie, rejetant ainsi l'atomisme spatial. D'autre part, il affirme l'infini extensif du nombre, mais non sa divisibilité indéfinie.

On voit que si les réflexions d'Aristote présentent un intérêt métaphysique évident, elles n'offrent aucun moyen de symboliser et d'utiliser mathématiquement le continu et l'infini. A ce point de vue le problème discuté par Zénon subsistait intact.

Pour ne pas le heurter de front, la science grecque avec Eudoxe eut recours à un artifice. Ce géomètre commence par poser une théorie des proportions qui tenant compte de la continuité géométrique s'applique à tout rapport de grandeur commensurable ou non. Soient (A, B) et (C, D) deux couples de grandeurs; les relations A/B et C/D seront égales, si quels que soient les nombres entiers m et p, on a toujours

$$\frac{mA}{pB} = \frac{mC}{pD}.$$

Les rapports des grandeurs deviennent ainsi géométriques et non plus simplement arithmétiques comme ils l'étaient pour les Pythagoriciens.

Ce point établi, Eudoxe jette les bases d'une méthode infinitésimale qui permet de passer graduellement d'une figure régulière à la figure qui la circonscrit. Cette méthode, dite d'exhaustion ou d'épuisement, repose sur les principes suivants qui découlent des lemmes formulés pour les proportions géométriques (1).

1° Si deux quantités a et b sont inégales, la plus petite répétée un nombre n suffisant de fois finira par égaler ou surpasser la plus grande. En d'autres termes

si $a < b$, $na \geqslant b$.

2° Si d'une quantité l'on retranche plus que sa moitié, puis que du reste l'on retranche encore une partie plus grande que la moitié de ce reste, et ainsi de suite indéfiniment, on finira par obtenir un reste inférieur à toute quantité donnée.

C'est en s'appuyant sur ces principes qu'Eudoxe démontre, entre autres, que les cercles ont des aires proportionnelles aux carrés de leur diamètre. La proposition est vraie pour les figures régulières de 4, 8, 16, 32, etc., côtés qui sont successivement inscrites dans les cercles. Or à chaque opération la différence entre la surface des cercles et celle des nouveaux polygones inscrits est diminuée de plus de la moitié. Elle tend à devenir nulle, si bien que les propriétés établies pour les polygones subsistent pour les cercles.

La méthode d'exhaustion fut reprise et créée à nouveau, pour ainsi dire par Archimède, qui en tira des applications heureuses et fécondes. Eudoxe s'était borné à montrer en vertu de quels lemmes telle figure peut être considérée comme la limite d'une autre figure augmentant progressivement ; mais il ne savait point évaluer les termes successifs de cette progression. Ce fut Archimède qui le premier trouva le moyen pratique d'effectuer ce calcul. Il parvint, par exemple, à déterminer la circonférence d'un cercle en la définissant comme la limite de deux périmètres polygonaux, inscrit et circonscrit, dont on augmente indéfiniment le nombre des côtés.

Par un procédé analogue il réussit à calculer des aires

(1) 26 TANNERY, *Géo. grecque*, p. 96.

fig. 14

curvilignes ou limitées par des courbes. Il montre entre autres que tout segment délimité par une droite et par une parabole équivaut aux quatre tiers du triangle ayant même base et même hauteur que le segment. Dans cette démonstration le passage à la limite n'est pas utilisé directement. Pour l'éviter Archimède prouve qu'il serait absurde de supposer l'aire du segment parabolique plus grande ou plus petite que les quatre tiers du triangle de même base et de même hauteur.

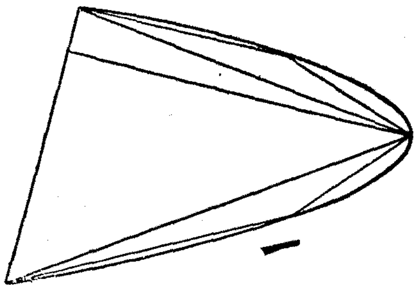


Fig. 14.

Le procédé exhaustif repose donc sur un raisonnement par l'absurde qui en assure la parfaite rigueur logique. Cette rigueur même empêcha les géomètres grecs de chercher dans une autre voie la solution du problème que posaient les aires et les volumes curvilignes. Par un trait de génie sans doute Archimède inventa un procédé d'intégration qui repose sur l'étude comparative des moments statiques de deux figures et qui nécessite pour cette étude l'emploi de lignes ou de plans parallèles en nombre infini; la comparaison de sections convenablement choisies permet alors de trouver l'équation d'équilibre entre la surface ou le volume connus de l'une des figures et la surface ou le volume inconnus de l'autre. C'est ainsi que pour faire équilibre à une sphère il faut quatre cônes ayant pour base le grand cercle et pour hauteur le rayon de celle-ci. La sphère a donc un volume quatre fois plus grand que celui du cône construit avec son rayon.

Mais Archimède refuse une vertu démonstrative à cette méthode mécanique dont les résultats, pour être valables à ses yeux, doivent être confirmés par le raisonnement exhaustif. En effet dans la pensée des géomètres grecs ce raisonnement seul permet de réfuter victorieusement la dialectique de Zénon. D'une part, la condition imposée à la différence (ligne ou surface) de diminuer toujours plus de sa moitié garantit que cette différence peut devenir plus petite que toute quantité donnée, après un nombre fini d'opérations. D'autre part le mode de construction employé dans chaque problème assure que la loi de diminution est réellement observée par les grandeurs décroissantes ; dès lors les termes qui en sont la traduction numérique forment une série dont la convergence est évidente et n'a pas besoin d'être prouvée. De toute manière l'on évite l'emploi direct de l'infini qui résulte de la dichotomie et que Zénon avait critiqué.

Toutefois la méthode d'exhaustion ainsi comprise reste d'un maniement difficile. Pour en généraliser l'application il aurait fallu, comme le firent plus tard Cavalieri, Fermat et surtout Pascal, considérer en elles-mêmes les progressions qui traduisent la décomposition de la figure géométrique. Il aurait fallu établir, une fois pour toutes, les conditions auxquelles ces progressions doivent satisfaire pour être utilisées dans la solution d'un problème quelconque de quadrature. En suivant cette voie, les géomètres grecs auraient peut-être découvert un artifice analogue à celui dont Newton et Leibniz se sont servis et ils auraient réalisé dans leur méthode une généralisation dont ils possédaient les éléments essentiels. Mais, désireux avant tout d'éviter l'emploi direct de l'infini, ils s'attachent tellement à assurer la rigueur de la méthode exhaustive dans chaque cas particulier « qu'il ne leur reste plus de place pour développer au delà du besoin momentané les méthodes dont ils se servent pour prouver leurs résultats, non plus que pour en créer de nouvelles » (1). Nécessitant déjà de longues démonstrations pour des cas relativement simples, le procédé exhaustif devenait d'un emploi singulièrement compliqué pour l'intégration des surfaces et des volumes dont les éléments sont liés par des relations complexes. Aussi n'est-il pas étonnant que dans leur fidélité à ce procédé les successeurs d'Archimède n'aient pu continuer l'œuvre gé-

(1) 29 Zeuthen, *Histoire des mathématiques*, p. 142.

niale de leur maître malgré les loisirs et les connaissances qu'ils possédaient.

§ 4. — L'algèbre géométrique

Si la voie ouverte par Archimède ne fut que peu suivie, l'étude comparée des lignes, des surfaces et des volumes, n'en fit pas moins de réels progrès au moyen de ce que l'on peut appeler l'algèbre géométrique.

Les Pythagoriciens avaient déjà utilisé la géométrie pour étudier les propriétés numériques des grandeurs toujours, il est vrai, regardées comme commensurables ; par là, ils restèrent confinés, comme nous l'avons vu, dans l'arithmétique spatiale.

La découverte de l'irrationnelle $\sqrt{2}$ porta une première atteinte à cette conception, qui fut complètement ébranlée par les arguments de Zénon d'Elée; mais, avant même que la théorie des proportions ne fût constituée par Eudoxe, les géomètres grecs parvinrent à généraliser l'étude quantitative des grandeurs et à créer ainsi une sorte d'algèbre géométrique. Voici comment :

La représentation d'une grandeur par la longueur d'un segment peut jouer le même rôle que les lettres symboliques de l'algèbre. Cela étant il suffit pour additionner ou soustraire deux grandeurs, rationnelles ou irrationnelles, de les représenter par des segments, puis de rapporter l'un des segments sur l'autre ou sur son prolongement.

Les quantités que nous appelons imaginaires et négatives échappent sans doute à ce mode de représentation ; toutefois dans bien des cas les variations de la figure prêtent en partie aux mêmes généralisations que l'emploi des quantités négatives en algèbre.

Quant à la multiplication de grandeurs, au sens immédiat, elle est un non sens ; il est cependant possible de la figurer indirectement au moyen d'un rectangle dont les côtés sont formés par les segments représentant les deux grandeurs à multiplier.

De cette manière on obtient une deuxième expression géométrique des grandeurs, à savoir en tant que surfaces rectangulaires ou carrées. Pour les additionner ou les soustraire sous cette nouvelle forme, il faut leur donner un côté commun ; l'un des rectangles, tout en gardant la même surface, se trouve alors transformé de manière à pouvoir s'appliquer exactement à l'autre. Cette opération se fait au moyen de la proposition suivante : les parallèles aux côtés d'un rectangle, qui se coupent sur l'une des diagonales, divisent ce rectangle en quatre autres, dont deux sont égaux, à savoir ceux que ne traverse pas la diagonale considérée (fig. 16). Donc B = C

Soit, par exemple à ajouter le rectangle B au rectangle A

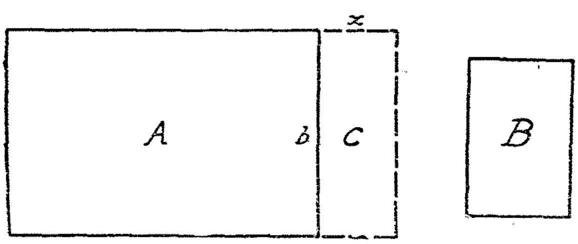


Fig 15.

dont l'un des côtés est b. Il s'agit de trouver un rectangle C (de côtés b et x) qui, étant égal à B, puisse s'appliquer à A par le côté commun b (f. 15).

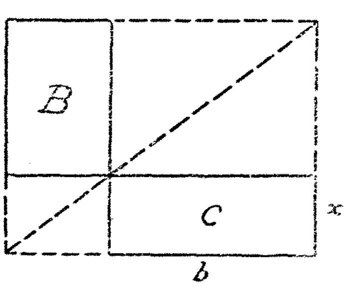


Fig. 16.

Pour résoudre ce problème, voici comment il faut procéder. Soit le rectangle B (fig. 16). Sur le prolongement d'un de ses côtés portons la longueur b, puis de l'extrémité de ce côté ainsi prolongé menons la nouvelle diagonale jusqu'à ce qu'elle coupe l'autre côté de B également prolongé. Nous avons ainsi tous les éléments pour construire le rectangle C, lequel répond manifestement aux données du problème et peut s'appliquer au rectangle A.

Cette construction porte le nom de παραβολή ou application des surfaces. Faite comme nous venons de le voir, elle est *simple ;* mais elle peut être elliptique ou hyperbolique.

Elliptique, elle répond au problème suivant : sur un segment donné a construire un rectangle ax qui diminué du carré inconnu x^2 soit égal à un carré donné b^2.

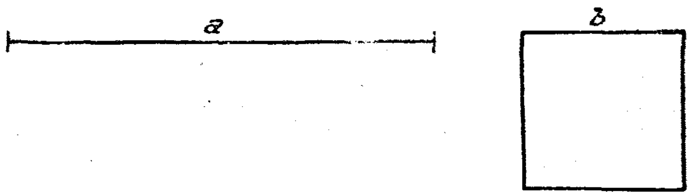


Fig. 17.

En langage moderne le problème s'exprime par l'équation

$$ax - x^2 = b^2$$

ou encore, en ajoutant et en retranchant $\frac{a^2}{4}$

$$\frac{a^2}{4} - \left(\frac{a^2}{4} + x^2 - ax\right) = b^2,$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2} - x\right)^2 = b^2.$$

Le problème se ramène donc à construire une différence de carrés. En mettant l'équation sous la forme

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = b^2 + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2,$$

on trouve aisément au moyen du théorème de Pythagore la longueur $\left(\frac{a}{2} - x\right)$ et la longueur x par conséquent.

Soient en effet a le segment donné et b le côté du carré donné.

Sur l'une des extrémités de b, élevons une perpendiculaire, puis de l'autre décrivons un arc de cercle de rayon $\frac{a}{2}$ qui vienne couper la perpendiculaire.

Nous trouvons de cette manière le côté $\frac{a}{2} - x$ et la longueur x (fig. 18).

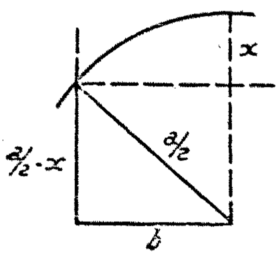


Fig. 18.

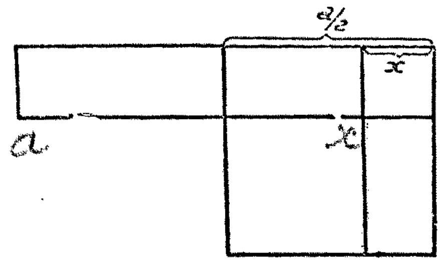


Fig. 19.

Une fois x trouvé, il est facile de construire le rectangle ax et la différence des carrés $\left(\frac{a}{2}\right)^2$ et $\left(\frac{a}{2} - x\right)^2$ (fig. 19).

On voit que le rectangle ax, diminué du carré x^2 équivaut à un gnomon dont la surface est égale à celle du carré donné b^2 (fig. 20).

Plus tard le problème fut généralisé de la manière suivante : déterminer deux quantités dont on connaît la somme

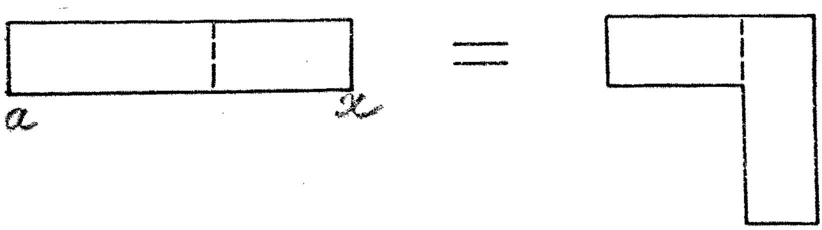


Fig. 20.

a et le produit considéré comme équivalent à un carré b^2. Pour trouver la valeur x inconnue on peut alors procéder comme suit. Dans un demi-cercle de rayon a on inscrit le triangle rectangle dont b est la perpendiculaire abaissée du sommet de l'angle droit. Dans ces conditions l'on a

$$b^2 = x(a - x)$$

et lorsque les racines de l'équation sont toutes deux positives on les obtient immédiatement.

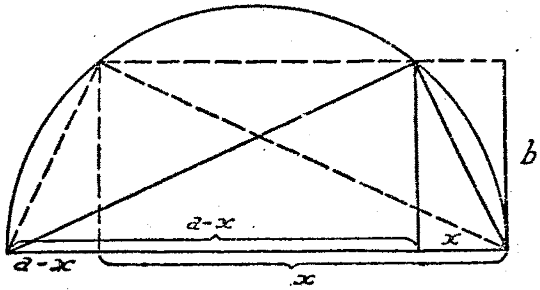


Fig. 21.

On voit que le traitement des grandeurs par la représentation géométrique équivaut pour une large part à leur traitement par l'algèbre. Il y a une différence toutefois. La géométrie reste foncièrement qualitative, alors que l'algèbre garde un caractère quantitatif (1).

Tandis que l'application elliptique est par défaut, l'application *hyperbolique* est par excès et répond au problème suivant : sur un segment donné a construire un rectangle ax qui augmenté du carré inconnu x^2 soit égal à un carré donné b^2.

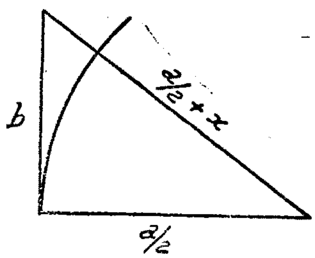


Fig 22.

Ce problème équivaut à résoudre l'équation moderne

$$ax + x^2 = b^2$$

ou en ajoutant et retranchant $\frac{a^2}{4}$,

$$ax + x^2 + \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = b^2,$$

$$\left(\frac{a}{2} + x\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = b^2.$$

Il s'agit donc comme précédemment de construire une

(1) Boutroux, *Idéal*, p. 74.

différence de carrés. Au moyen du théorème de Pythagore on trouve rapidement $\left(\frac{a}{2} + x\right)$ et par conséquent x (fig. 22). Le rectangle ax s'obtient ensuite aisément ; le carré x^2 lui est alors ajouté extérieurement, au lieu de lui être retranché comme dans l'application elliptique (fig. 23).

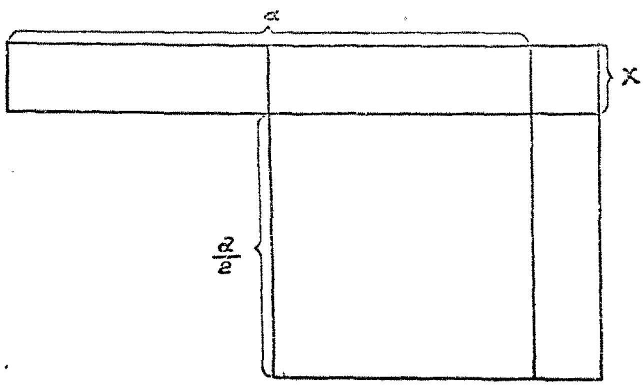


Fig. 23.

Sans insister davantage, on voit que les anciens ont traîté toutes les formes de l'équation du second degré qui donnent des racines positives ; quant aux autres racines il n'en pouvait être question, puisqu'ils n'en avaient aucune idée (1).

Les constructions que nous venons de mentionner se montrèrent impuissantes, lorsque surgirent les problèmes concernant la quadrature du cercle, la trisection de l'angle et la duplication du cube. Comme ces problèmes dépendent d'équations du 3e degré, on ne put les résoudre à l'aide du cercle et de la droite. On eut alors recours aux intercalations.

Soit, par exemple, à diviser l'angle ABC en trois parties égales (fig. 24). On tire d'abord AC perpendiculaire sur BC et sur AE qui est parallèle à BC ; puis entre AC et AE, on intercale DE = 2AB, de telle sorte que son prolongement passe en B.

(1) 29 ZEUTHEN, *Histoire des mathématiques*, p. 39.

F étant au milieu de DE et le triangle ADE étant un rectangle capable d'être inscrit dans un demi-cercle de rayon FE, on a rayon AF = rayon FE = AB par construction. Le

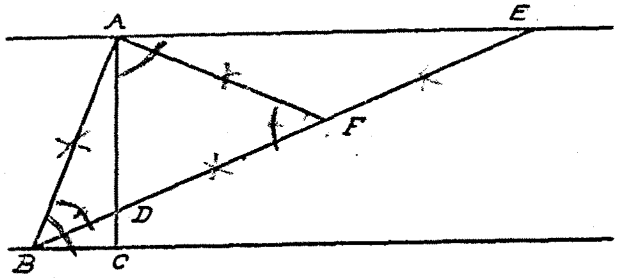


Fig. 24

triangle ABF est isocèle ; l'angle ABF = l'angle AFB = 2 fois angle AEF = 2 fois angle CBD. D'où :

$$\text{angle CBD} = \frac{1}{3} \text{ angle CBA}$$

Par intercalation il faut donc entendre « la construction d'un segment de droite dont les extrémités soient situées sur des lignes données et qui passe, lui-même ou son prolongement, par un point donné. Ce segment peut, sans grande difficulté, être obtenu mécaniquement au moyen d'une règle (ou d'un morceau de papier plié) et cela de la façon suivante. Sur la règle on fait préalablement 2 marques dont l'intervalle est égal à la longueur du segment donné, puis l'on fait tourner la règle autour du point fixe et on la déplace en même temps de sorte que l'une des marques suive exactement l'une des lignes données; l'on continue ce mouvement jusqu'à ce que l'autre marque se trouve sur la deuxième ligne donnée » (1).

Il y eut très probablement une époque où l'intercalation fut admise comme moyen de construction à côté de la règle et du compas; mais elle fut bientôt rejetée pour les raisons que nous avons indiquées plus haut (p. 117). Il devint alors obligatoire de recourir aux sections coniques, lorsque la

(1) 29 Zeuthen, *Histoire des mathématiques*, p. 66.

règle et le compas se révélaient directement insuffisants. L'étude de ces sections eut pour conséquence de développer la notion féconde des « lieux géométriques », car une section conique peut être considérée comme le lieu où se rencontrent un cône et un plan. De là provient l'expression de *lieux solides*, puisque le cône est un volume.

Cependant, même sous sa forme la plus développée, la théorie des sections coniques se rattache étroitement aux premiers travaux de l'algèbre géométrique. C'est ce que montrent d'une façon frappante les travaux d'Apollonius (1).

L'étude des grandeurs et de leurs rapports y est toujours faite par des opérations géométriques; seulement le champ en est élargi grâce à la théorie des proportions et de la similitude. Celle-ci permet en effet de construire des surfaces qui sont semblables (et non plus égales) à des surfaces données.

Par exemple, construire sur un segment donné a un rectangle ax, qui, diminué d'un rectangle semblable à un rectangle donné cd, soit égal à un carré donné b^2.

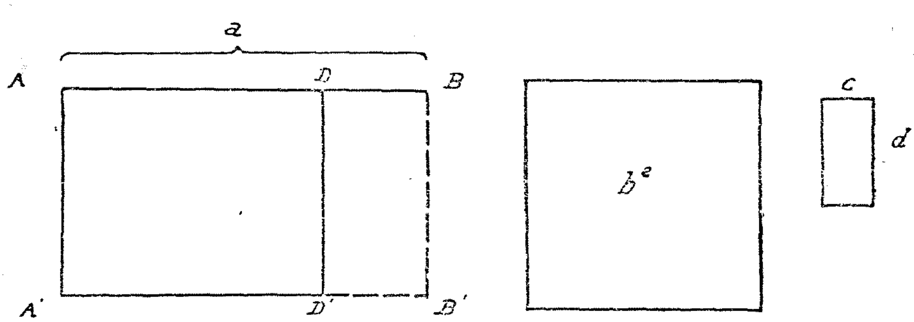


Fig. 25.

Nous devons avoir

$$\frac{\mathrm{DB}}{c} = \frac{\mathrm{DD'}}{d} = \frac{x}{d} \quad \text{d'où} \quad \mathrm{DB} = \frac{c}{d}\,x,$$

AD est alors égal à $a - \frac{c}{d}\,x$ et le rectangle inconnu a pour

(1) 3 Boutroux, 1 *Analyse*, p. 491 et sq.

surface $x\left(a - \frac{c}{d}x\right)$; mais comme celle-ci doit être égale à b^2, nous avons finalement l'équation de condition

$$ax - \frac{c}{d}\,x^2 = b^2.$$

La théorie des proportions permet en outre de trouver plus directement les grandeurs qui répondent à un problème donné. Par exemple, construire un carré x^2, égal à un rectangle donné ab, revient à trouver une moyenne proportionnelle entre a et b, ce qui est facile. Prenant comme diamètre le segment AB de longueur $a + b$, on décrit une demi-circonférence, puis à l'extrémité de a en H, on élève une perpendiculaire $\mathrm{HD} = x$. Le triangle ADB inscrit dans une demi-circonférence est rectangle et l'on a $x^2 = ab$.

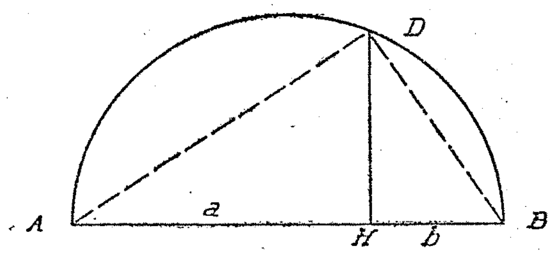


Fig. 26.

On peut généraliser la portée de ce problème et dire que le lieu géométrique des points D tels que la perpendiculaire DH à AB soit moyenne proportionnelle entre les deux segments qu'elle détermine sur cette droite est une circonférence de diamètre AB.

Mais on peut, et c'est ici que les sections coniques interviennent comme lieux géométriques, concevoir une relation de mesures plus compliquée, par exemple, supposer que le segment AB étant donné, le segment DH soit le côté d'un carré assujetti à être égal à un rectangle qui, appliqué à un autre segment donné LM soit en même temps *diminué* d'un rectangle semblable au rectangle de dimensions LM et AB (fig. 27).

Pour trouver un point quelconque du lieu, sur le segment donné AB on élève en son extrémité une perpendiculaire AM égale au second segment donné LM. On construit le rectangle de dimensions AB et AM ayant pour diagonale MB. D'un point

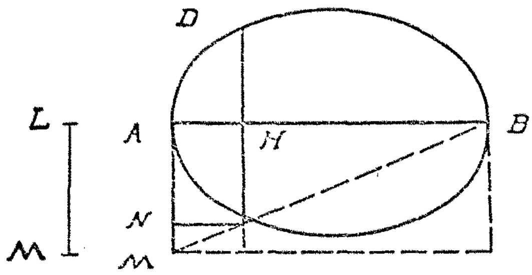


Fig. 27.

quelconque H on mène une parallèle à AM; celle-ci à l'endroit où elle coupe la diagonale MB détermine le rectangle qui, semblable au rectangle AB $\times$ AM, doit être retranché du rectangle, de dimensions AM et AH, appliqué au segment AM (= LM). Il n'y a plus dès lors qu'à trouver le côté DH du carré qui est égal au rectangle AH $\times$ AN.

On démontre que le lieu des points satisfaisant à l'énoncé du problème est une ellipse. Si l'on pose $AB = 2a$, $LM = 2p$, $AH = x$, $HD = y$, nous aurons d'après l'équation de condition (page 142)

$$y^2 = 2px - \frac{2p}{2a}\, x^2 \qquad \text{ou} \qquad y^2 = 2px - \frac{p}{a}\, x^2.$$

Lorsque le rectangle auquel est égal le carré DH^2 doit être non pas diminué, mais *augmenté* d'un rectangle semblable au rectangle de dimensions AB et LM, le lieu géométrique n'est plus une ellipse, mais une hyperbole (fig. 28).

Enfin si le rectangle ne doit être ni diminué ni augmenté et être simplement appliqué au segment LM, nous avons la parabole.

Pour Apollonius, quelle que soit la section conique envisagée le segment LM doit toujours être perpendiculaire à l'extrémité du segment AB même si la demi-corde HD est oblique par rapport au diamètre AB. De là le nom de *latus rectum* (côté droit) qui lui fut donné.

Grâce à ce fait, l'algèbre géométrique rend les mêmes services que ceux que rendra plus tard la géométrie analytique.

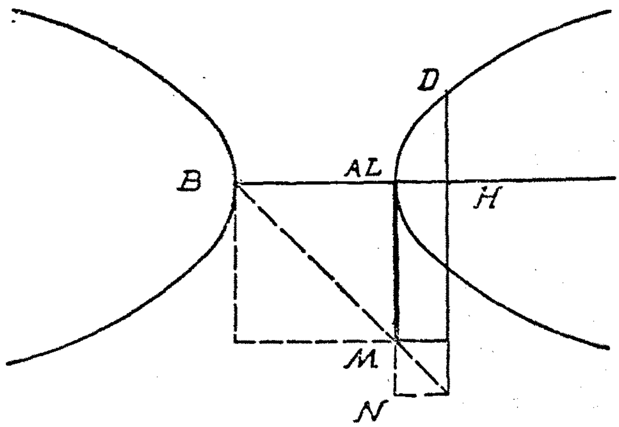


Fig. 28.

« Tandis que nous exprimons aujourd'hui la propriété fondamentale d'une courbe par une équation algébrique, Apollonius, lui, la représente par une figure ; et, par le fait que cette figure auxiliaire est tracée à angle droit avec l'axe des abscisses, quand bien même les ordonnées coupent cet axe sous un autre angle, elle reste toujours, en quelque sorte, indépendante de la figure pour l'étude de laquelle elle doit servir » (1).

Un autre fait, non moins remarquable, fut mis en lumière par les géomètres grecs (Pappus, édit. Hultsch, livre VII, propos. 238). Si l'on donne une droite indéfinie DD′ et un point F, on démontre que le lieu géométrique des points M tels que le rapport des distances MH et MF de M au point F et à la droite soit constant et égal à un nombre donné est une section conique. Inversement, étant donné une section conique quelconque, on peut toujours trouver une droite et un point F permettant d'établir relativement à chaque point de la courbe le rapport en question (figure 29).

(1) 29 Zeuthen, *Histoire des mathématiques*, p. 168.

De plus, suivant que ce rapport constant $\frac{MF}{MH}$ est plus petit, plus grand ou égal à 1, la conique est une ellipse, une hyperbole ou une parabole (1).

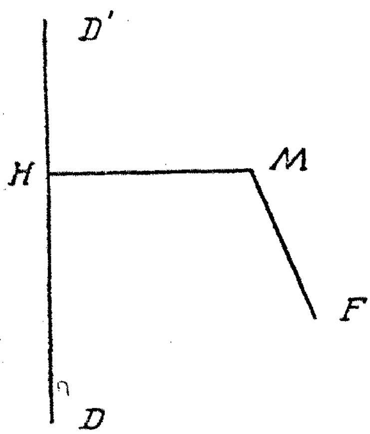


Fig. 29

Il est inutile d'entrer dans le détail même des démonstrations, notre but étant seulement de montrer que l'algèbre géométrique des Grecs est restée jusque dans ses œuvres les plus achevées fidèle à son inspiration première.

Ajoutons encore que c'est surtout grâce aux sections coniques que l'étude et la recherche des lieux se généralisa. Pappus envisage entre

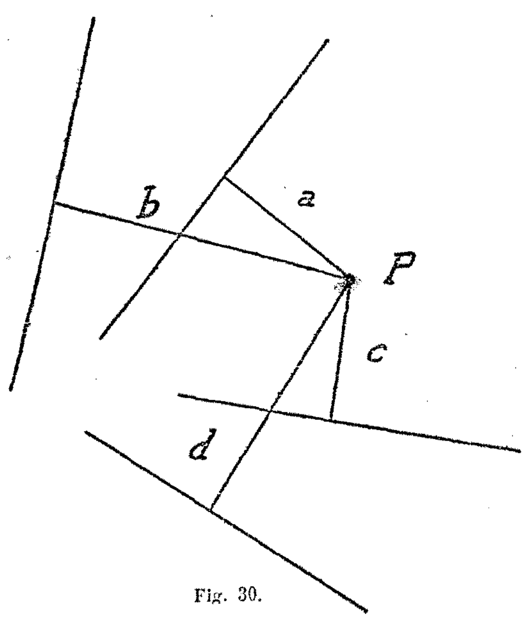


Fig. 30.

(1) 3 Boutroux, *Analyse* I, p. 250.

autres des problèmes de ce genre. D'un point P on abaisse sur 4 droites des perpendiculaires *a* et *b*, *c* et *d*. Trouver le lieu des points P tels que le rectangle *ab* soit égal (ou bien semblable, etc.) au rectangle *cd* (fig. 30).

Le même problème peut être posé à propos de 6 droites; le rapport donné concerne alors non plus des surfaces, mais des volumes. La recherche du lieu géométrique devient alors très difficile au moyen des méthodes dont les anciens disposaient. Au delà de 6 droites ceux-ci ne concevaient pas que le problème pût même être envisagé (Pappus, édit. Hultsch, p. 680, 14). On sait comment Descartes grâce à la géométrie analytique surmonta les difficultés qui les avaient arrêtés et comment il parvint à résoudre dans toute sa généralité la question posée par Pappus.

§ 5. — Les Eléments d'Euclide. Méthodes de démonstration. Axiomes et postulats.

Ce ne fut pas sans peine que les savants grecs prirent conscience de la structure rationnelle des mathématiques. Comme le dit Proclus: « Il est difficile, dans chaque science, de choisir et de disposer dans l'ordre convenable les éléments d'où procède et où se ramène tout le reste. De ceux qui s'y sont essayés, les uns ont grossi leur Recueil, les autres l'ont diminué ; les uns ont employé des démonstrations abrégées, les autres ont indéfiniment allongé leur exposition ; les uns ont évité la réduction à l'impossible, ceux-ci les proportions, ceux-là ont imaginé des développements préliminaires contre ceux qui rejettent les principes ; en un mot, les divers auteurs d'*Eléments* ont inventé nombre de systèmes différents ».

« Dans un pareil traité, il faut : — éviter tout superflu, c'est un embarras pour l'étudiant ; — réunir tout ce qui se tient ensemble et embrasse le sujet, chose essentielle pour la Science; — viser principalement et en même temps à la clarté et à la concision, car leurs contraires troublent l'intelligence ; — chercher à donner aux théorèmes la forme la plus générale, — car le détail de l'enseignement en cas particuliers ne fait que rendre la connaissance plus difficile à acquérir ».

« A tous ces points de vue, on trouvera que le traité élémentaire d'Euclide l'emporte sur tout autre; si l'on en considère l'utilité, il aboutit à la théorie des figures primordiales (1) ; la clarté et l'enchaînement régulier sont assurés par la marche du plus simple au plus composé et par le fondement de la théorie sur les notions communes, la généralité des démonstrations par le choix du point de départ pour les questions à traiter, dans les théorèmes qui donnent les principes » (Proclus, *Comm.*, *Eucl.* I, p. 73, 15 et sq.) (2).

Le traité élémentaire d'Euclide présente en effet le modèle d'une science vraiment rationnelle. Il débute par un ensemble de propositions premières qui sont énoncées de manière à pouvoir être acceptées par chacun et qui, tout en étant aussi peu nombreuses que possible, sont capables d'assurer la construction de tout l'édifice mathématique.

Cette construction ira du simple au composé par voie de démonstration et par résolution de problèmes. On commence par établir les propriétés des figures les plus élémentaires, puis par leur moyen on démontre les propriétés de figures de plus en plus complexes. On fait ainsi œuvre de géométrie synthétique et cette œuvre doit être logiquement inattaquable.

En ce qui concerne les propositions premières les *Eléments* sous la forme où ils nous sont parvenus distinguent les définitions et les hypothèses (postulats et axiomes).

Les définitions (ὅροι) précisent le sens et les limites des concepts qui sont employés. Les postulats (αἰτήματα) demandent que, sans exiger de preuves, l'on accorde comme possibles certaines constructions (par exemple, mener une droite

(1) Polyèdres constitutifs des éléments matériels.
(2) Cité d'après 26 Tannery, *Géo. grecque*, p. 142.

entre deux points). Les axiomes ou notions communes (κοιναὶ ἔννοιαι) sont des vérités indémontrables, mais évidentes par elles-mêmes (par exemple, le tout est plus grand que la partie). Il semble toutefois qu'Euclide n'admettait que deux genres de propositions premières, les définitions et les postulats, et qu'il faisait rentrer dans l'un ou l'autre ce qui fut plus tard appelé axiomes.

Cette question du reste est en un sens secondaire. Ce qui est plus intéressant, c'est d'examiner si les propositions premières des *Eléments* sont en accord avec les conditions posées par Euclide lui-même et si d'autre part elles satisfont aux exigences de l'axiomatique moderne.

Sur le premier point il faut noter que la forme des définitions laisse souvent à désirer. Telle la définition de la droite dont l'origine empirique est volontairement masquée et qui de ce fait reste obscure (1). De plus, certaines définitions comme celle du diamètre renferment des éléments inutiles. Si le diamètre est défini comme passant par le centre, il est superflu d'ajouter qu'il partage le cercle en deux parties égales.

Quant aux rapports des *Eléments* avec l'axiomatique moderne, voici, semble-t-il, ce que l'on en peut dire.

Les propositions premières doivent en premier lieu être compatibles, c'est-à-dire ne pas être contradictoires entre elles; sinon les conséquences que l'on tirerait, en les combinant les unes avec les autres, seraient forcément contradictoires. Les *Eléments* remplissent en fait cette condition, mais sans la prouver théoriquement.

En second lieu l'énoncé d'une proposition première doit être rigoureusement complet. Lorsque l'on dit que le tout est plus grand que la partie, il faut ajouter, ce qu'Euclide ne fait pas, qu'un pareil énoncé concerne uniquement les grandeurs et les nombres finis. On sait en effet que dans l'infini la partie est équivalente au tout. Par exemple, l'ensemble

(1) Voir page 117.

formé par la série des nombres pairs est équivalent à l'ensemble des nombres entiers, puisqu'entre les termes de ces deux ensembles on peut établir une correspondance univoque et réciproque. Il est aisé de s'en assurer en écrivant les deux séries comme suit :

1	2	3	4	.....	n	.....
2	4	6	8	.....	N	.....

A tout nombre entier on peut faire correspondre un nombre pair, et cela indéfiniment.

En troisième lieu les propositions premières doivent être en nombre suffisant, sans toutefois que l'une soit superflue par rapport à une autre. Les *Eléments*, malgré leur souci d'être complets, laissent parfois à désirer sur ce point. Souvent ils se dispensent de justifier par un axiome des faits regardés comme évidents, alors qu'ils ne découlent pas des principes primitivement posés, par exemple, le fait suivant : si A, B, C sont trois points appartenant à une même droite et si B est entre A et C, il sera aussi entre C et A (1).

Il faut enfin que les propositions premières jugées nécessaires à l'édification de la géométrie forment au point de vue logique un tout indissoluble, c'est-à-dire composé de telle sorte que l'on ne puisse supprimer ou changer l'une de ses parties sans entraîner la ruine de tout l'édifice. Si la suppression ou le changement de l'une des propositions premières conduisait à des conséquences qui, sans être logiquement absurdes, seraient simplement différentes de ce qu'elles étaient auparavant, il faudrait en conclure que divers types de géométrie sont également possibles, c'est-à-dire également vrais au point de vue logique.

Cette question, Euclide ne se l'est pas posée ; mais il en a instinctivement compris toute l'importance en réclamant à titre de postulat que par un point pris hors d'une droite on ne puisse mener à celle-ci qu'une parallèle. Vu le caractère hypothétique qu'il donne à cette proposition, Euclide

(1) 5 Boutroux, *Les mathématiques*, p. 73.

a respecté les exigences de l'axiomatique moderne ; mais si, comme il le croyait, une seule géométrie est possible, son hypothèse paraît étrange et superflue, car on devrait pouvoir affirmer l'unicité de la parallèle et la déduire des définitions déjà posées de la droite, du plan et des angles. C'est, semble-t-il, d'un théorème des parallèles et non d'un postulat qu'il faut parler s'il n'existe logiquement qu'une seule géométrie.

Les successeurs d'Euclide en jugèrent ainsi, non sans raison, et c'est pourquoi ils s'efforcèrent de démontrer la proposition que celui-ci énonçait à titre d'hypothèse; mais leurs tentatives dans ce sens furent toujours vaines.

Au XIX^e siècle l'on se rendit à l'évidence. Il est possible d'abandonner le postulat des parallèles, tout en conservant les autres propositions premières. On peut alors construire des géométries (Lobatschewsky, Riemann) qui ont d'autres propriétés que la géométrie édifiée par Euclide et qui pour cette raison sont appelées non-euclidiennes. Ces géométries dont la logique garantit la vérité portent en outre sur des faits mathématiques (lignes, surfaces, angles) qui sont réels et nullement fantaisistes, encore que nous ne puissions nous les représenter dans l'intuition sensible.

Le champ de la géométrie est donc plus vaste qu'Euclide ne l'avait supposé ; mais si ce dernier n'a pas construit entièrement l'axiomatique moderne, il a cependant le mérite d'en avoir jeté les bases éternellement durables.

Une fois élucidées les notions premières il est possible d'y enchaîner, par voie de déduction logique une série de propositions qui découlent entièrement les unes des autres. Ces propositions seront classées et distinguées d'après leur nature. Il y a d'abord le *théorème* ou proposition principale, le *lemme*, proposition secondaire qui est destinée à faciliter la démonstration d'un théorème à venir, le *corollaire*, conséquence directe d'un théorème qui vient d'être établi.

Mais ces propositions comment les démontrer ? Si tous sont d'accord sur la marche à suivre, il y a divergence sur le sens qu'il faut accorder à la démonstration. A l'époque de Platon, et probablement encore à celle d'Euclide (1), on discute avec subtilité la question de savoir si les propositions mathématiques doivent être envisagées comme des problèmes à résoudre ou au contraire comme des théorèmes à démontrer. Proclus (*Comm. Eucl.* I, p. 77, 15 et sq.) caractérise ainsi la discussion à ce sujet.

Pour les platoniciens comme Speusippe et Geminus les figures et leurs propriétés existent dans le monde éternel des idées, indépendamment de la construction qu'en peut faire le mathématicien; celle-ci ne fait que manifester à l'intuition ce qui existe déjà. Par exemple, les triangles équilatéraux sont tels par définition, c'est-à-dire par une relation éternelle d'idées et le fait de les construire ne saurait rien ajouter ou retrancher à leur existence. Il n'y a donc pas à proprement parler de problèmes, mais uniquement des théorèmes (objets de contemplation).

Certains comme les mathématiciens de l'école de Ménechme sont d'avis de tout regarder comme des problèmes; d'autres avec Carpos disent que le genre des problèmes précède dans l'ordre celui des théorèmes, car c'est par les premiers que l'on trouve les sujets auxquels se rapportent les propriétés à étudier.

Plusieurs enfin considèrent comme théorème ce qui ne comporte qu'une seule possibilité et comme problème ce qui est susceptible ou non de diverses possibilités. Par exemple, « proposer d'inscrire dans un demi-cercle un angle droit n'est pas parler en géomètre, puisque tous les angles inscrits sont droits ; au contraire, inscrire dans un cercle un triangle équilatéral est bien un problème, puisqu'on y peut inscrire un triangle qui ne soit pas équilatéral (2).

Le désaccord est plus profond en apparence qu'en réalité et tient, comme l'explique Proclus, à une différence de points de vue. Il suffit de distinguer entre la science idéale et la

(1) 26 TANNERY, *Géo. grecque*, p. 145.
(2) 26 TANNERY, *Géo. grecque*, p. 145.

science didactique pour que Geminus et Carpos, par exemple, aient raison tous les deux, « car, si c'est d'après l'ordre que Carpos donne la prééminence aux problèmes, c'est d'après le degré de perfection que Geminus l'accorde aux théorèmes » (1). En tant qu'elle est idéalement conçue, la vérité mathématique ne comporte que des théorèmes ; mais pour l'esprit qui la conquiert progressivement, elle se présente sous forme de problèmes.

Du reste qu'il s'agisse de problèmes à résoudre ou de théorèmes à démontrer, il faut avoir recours à des méthodes dont les Grecs avaient, à partir de Platon, fixé soigneusement les étapes. Par l'analyse ils décomposaient un tout complexe en des propositions plus simples, déjà admises ou déjà démontrées. Par exemple, pour mener une tangente à deux cercles, on suppose le problème résolu, et l'on montre que, pour trouver cette solution, il faut partir de la construction déjà connue d'une tangente menée à un cercle par un point extérieur. La synthèse au contraire permet de reconstruire au moyen de propositions primitives la relation géométrique complexe qu'il s'agit de démontrer.

Pour les Grecs la question-type se compose de sept parties :

1° la *protase*, ou énoncé indiquant les données du problème et ce qui est demandé ;

2° l'*ecthèse*, ou répétition de l'énoncé rapporté à une figure particulière ;

3° l'*apagoge*, qui transforme la question proposée en une autre plus simple ;

4° la *résolution* qui montre la possibilité de résoudre cette question plus simple au moyen des données de l'énoncé, en précisant par la *division* les conditions de possibilité ;

5° la *construction* qui complète l'ecthèse en définissant les diverses lignes accessoires qu'il est nécessaire de considérer pour faire la démonstration ;

(1) Cité d'après 4 Boutroux, *Idéal*, p. 63.

6° la *démonstration* proprement dite qui déduit de la construction la figure demandée;

7° la *conclusion*, qui affirme que cette figure satisfait bien aux conditions requises (1).

Comme le fait remarquer M. Zeuthen, « tandis que l'*analyse*, comprise dans les n°s 3 et 4, c'est-à-dire dans la transformation et la résolution, est méthodiquement importante pour découvrir la solution, elle n'est plus nécessaire dès qu'il s'agit uniquement d'exposer d'une manière inattaquable ce qu'on a trouvé, ce qui fut toujours le but principal des écrivains grecs. On l'omet donc très souvent, de sorte que l'exposition ne consiste plus qu'en l'emploi des opérations numérotées 1, 2, 5, 6, 7; on obtient ainsi une forme que nous qualifierons de synthétique (2) ».

Par leur nature même les théorèmes revêtent la forme d'une exposition synthétique, de préférence à la forme analytique. Ils sont susceptibles cependant d'une démonstration antithétique dont la marche relève de l'analyse. On suppose vrai ou faux le théorème proposé, puis l'on examine si les conséquences tirées de cette supposition sont elles-mêmes plausibles. Suivant le résultat trouvé, le théorème sera jugé vrai ou faux. On suppose, par exemple, que deux triangles ayant un côté et deux angles adjacents à ce côté, égaux chacun à chacun, sont égaux. Soutenir le contraire, ce serait admettre que les deux triangles ne peuvent se superposer exactement l'un à l'autre, et que les angles supposés égaux ne le sont pas en réalité, ce qui est en désaccord avec les données de la question.

Si l'on envisage maintenant la géométrie grecque, non plus dans ses procédés particuliers, mais dans son esprit, il est d'autres caractères encore à y relever.

Les démonstrations s'appuient toujours et instinctivement

(1) 4 Boutroux, *Idéal*, p. 55. — 29 Zeuthen, *Histoire des mathématiques*, p. 80. — 26 Tannery, *Géo. grecque*, p. 148.
(2) 29 Zeuthen, *Histoire des mathématiques*, p. 83.

sur des notions logiques et statiques ; elles évitent en général de faire appel à des considérations qui malgré leur évidence relèvent de l'intuition sensible. C'est ainsi qu'Euclide démontre le fait suivant qui paraît cependant d'une évidence intuitive incontestable : si d'un même point on abaisse sur une droite une perpendiculaire et deux obliques, de ces deux obliques celle qui s'écarte le plus du pied de la perpendiculaire sera la plus longue.

Dans la mesure du possible Euclide évite également, sinon de déplacer, du moins de retourner, une figure sur elle-même, alors que cette opération, jugée correcte par les modernes, permet une démonstration plus rapide. Par exemple, il suffit de retourner un triangle isocèle sur lui-même pour démontrer que les angles opposés aux côtés égaux sont eux-mêmes égaux. Euclide préfère cependant décomposer le triangle isocèle en deux triangles rectangles dont il prouve ensuite l'égalité. De même lorsqu'il s'agit de démontrer, couple par couple, l'égalité des angles formés par une sécante qui coupe deux droites parallèles. Le plus simple serait de déplacer l'une des parallèles jusqu'à ce qu'elle coïncide avec l'autre. Euclide ici encore fait intervenir deux triangles rectangles, dont il établit l'égalité. La démonstration garde ainsi un caractère statique, plus en accord avec les exigences de la logique.

Cela est si vrai que partout où le déplacement intervient dans la géométrie plane, il équivaut à une construction C'est ainsi que transporter un triangle B sur un autre triangle A de manière à pouvoir directement les comparer revient à construire le triangle B sur le triangle A d'après les conditions données par l'énoncé.

On le voit. La géométrie plane évite de faire intervenir franchement les méthodes de déplacement et surtout de retournement et la raison de ce fait doit être cherchée, nous semble-t-il, dans la crainte de donner prise aux arguments de Zénon concernant le mouvement et l'infinité.

C'est aussi pour cette même raison, croyons-nous, que les savants grecs ont évité l'infini géométrique de même qu'ils avaient proscrit dans leurs procédés d'intégration l'usage direct de l'infini numérique. Ils possédaient cependant depuis les travaux d'Apollonius les éléments essentiels (points en involution, rapport anharmonique) permettant de s'élever par généralisation jusqu'à l'infini géométrique. Mais sur cette question ils restèrent fidèles à la pensée d'Aristote pour lequel l'espace réel et par conséquent l'espace géométrique sont finis. Par suite concevoir des points, des droites, des plans rejetés à l'infini, est non seulement obscur au point de vue logique, mais contraire à l'expérience. L'on ne saurait donc, même au nom d'un symbolisme commode, invoquer l'infini géométrique et en faire le point de départ de méthodes nouvelles.

Faute d'avoir cherché dans cette direction et par fidélité à son idéal logique, la géométrie grecque dut faire appel à un genre compliqué de démonstrations dont l'appareil finit par embarrasser l'enchaînement des théorèmes. On le vit bien le jour où Desargues fit au XVIIe siècle intervenir directement l'infini géométrique. Les simplifications apportées de ce fait furent si grandes qu'elles frappèrent les contemporains du grand géomètre. Parlant de Desargues, le graveur Bosse écrit : « Entre autres, ce qu'il a fait imprimer des sections coniques, dont une des propositions en comprend bien comme cas soixante de celles des quatre premiers livres d'Apollonius, lui a acquis l'estime des savants » (1).

Ainsi, et pour conclure, ce qui caractérise la géométrie grecque dans son esprit et ses méthodes, c'est un idéal de rationalité logique que l'on peut caractériser en ces termes :

1° Poser des propositions premières (définitions, hypothèses) aussi logiques et aussi peu nombreuses que possible.

2° Sur ces propositions comme base construire au moyen d'une déduction raisonnée l'édifice entier des mathématiques.

(1) CHASLES, *Aperçu historique des méthodes*, Gauthier-Villars, Paris, 1875, p. 78.

La rigueur logique est ainsi sauvegardée, mais au prix de complications qui ne permettent pas d'assigner, comme nous venons de le voir, aux méthodes d'invention et de démonstration toute la généralité qu'elles pourraient comporter.

CHAPITRE II

Les sciences astronomiques

Dès ses débuts l'astronomie grecque tend, de même que la géométrie, à se constituer sur le type d'une science rationnelle; ayant à expliquer des faits physiques, elle cherchera à le faire par des causes physiques, c'est-à-dire de même nature que ces faits.

Pour les peuples primitifs les phénomènes célestes sont divins, c'est-à-dire qu'ils dépendent étroitement de la volonté plus ou moins capricieuse des divinités. Sans doute, comme nous l'avons vu, les Egyptiens et les Chaldéens possédaient déjà certaines connaissances astronomiques ; mais ces connaissances revenaient en somme à constater, sans l'expliquer, la périodicité des phénomènes célestes.

Dès ses origines l'astronomie grecque se lance dans une autre voie comme nous le montrent les travaux de l'école ionienne. Ces travaux sont d'une audace incroyable, si on les compare aux croyances religieuses des Chaldéens et des Egyptiens.

Thalès, par exemple, pose en principe que l'eau est l'élément unique d'où proviennent toutes choses par des causes purement physiques, car l'eau peut se solidifier en glace, se transformer en vapeur, c'est-à-dire en air, etc. Une fois posé ce principe, Thalès en tire une cosmologie qui reste, malgré sa simplicité enfantine, physiquement rationnelle.

Ce ne fut pas sans peine toutefois que l'astronomie grecque parvint à préciser son idéal et son objet. Elle franchit une série d'étapes que l'on peut grossièrement marquer de la manière suivante : dans une première phase elle se confond presque entièrement avec la météorologie ; puis dans une deuxième elle distingue avec plus ou moins de netteté les hypothèses physiques et géométriques dont elle a besoin; dans une troisième et dernière phase enfin elle cherche à donner du mouvement des astres une représentation mathématique aussi exacte que possible.

§ 1. — Conceptions météorologiques.

Tant que la terre et le ciel sont regardés comme étant situés aux confins l'un de l'autre, les phénomènes célestes sont entièrement assimilés à des phénomènes météorologiques et l'on cherche à expliquer les premiers par les seconds.

Les idées météorologiques elles-mêmes sont assez confuses.

La vapeur est simplement de l'air condensé. De plus et jusqu'au v^e siècle av. J.-C. on considère l'obscurité comme une chose matérielle, formée de vapeur. Héraclite, par exemple, déclare que l'obscurité est une vapeur concrète qui s'élevant de la mer et du fond des vallées est capable par sa nature aqueuse d'éteindre le soleil. Platon fait dire également au pythagoricien Timée que le brouillard et l'obscurité sont de l'air condensé (*Timée*, 58 D, 2).

L'air jouit en outre de propriétés différentes suivant qu'il est chaud ou froid ; dans le premier cas il est léger et mobile ; dans le second il est lourd et stable. D'autre part, lorsqu'il est comprimé sous forme vaporeuse, il se transforme partiellement en un feu invisible qui jaillit brusquement en éclair, lorsque, la compression faisant défaut, le nuage se déchire.

Pendant longtemps aussi l'on regarde, comme l'avaient fait les Chaldéens et les Hébreux, la lumière du jour comme distincte de celle du soleil. L'ombre de même a une réalité concrète qui lui est propre ; elle n'est pas fonction de la lumière; elle est seulement renforcée par son opposition avec celle-ci. Ces idées subsistent jusqu'à l'époque d'Empédocle ; à ce moment on découvre la réflexion de la lumière et la vraie nature de la vapeur, de l'ombre et de l'obscurité.

1924
490
2414 an

En rapport avec les opinions météorologiques que nous venons de rappeler, il y eut, concernant la nature et le mouvement des astres, les éclipses, la forme et la position de la terre, des hypothèses très diverses dont voici les principales.

Tout d'abord, pour expliquer la constitution des astres et leurs mouvements, Thalès et avec lui Héraclite considèrent ces astres comme des bassins qui se meuvent sur la voûte liquide du ciel et dans lesquels se consument les exhalaisons sèches venues de la terre. Anaximandre, et probablement avec lui Pythagore, assimilent les corps célestes à des jantes qui, formées par compression de l'air, renferment un feu invisible ; grâce à la compression, des ouvertures par lesquelles le feu s'échappe se produisent sur le pourtour des jantes qui tournent d'un mouvement uniforme (1). Anaximène déclare au contraire que les corps célestes sont de nature ignée et sont supportés par l'air « comme les feuilles minces » (2). Pour Xénophane ce sont des nuages enflammés, analogues aux feux Saint-Elme, qui se meuvent en ligne droite de l'Orient à l'Occident (3). Empédocle considère, ainsi que nous l'avons vu, le soleil comme étant produit par les rayons qui proviennent de l'hémisphère diurne et qui, après réflexion sur la surface de la terre, se concentrent en un point de la voûte cristalline. Anaxagore le premier, semble-t-il, définit le soleil, la lune, etc. comme des pierres enflammées qui sont entraînées circulairement par la rotation de l'éther.

L'explication des éclipses découle tout naturellement de ces diverses conceptions. Suivant que les éclipses sont par-

(1) 8 Burnet, *Aurore*, p. 68 et 124.
(2) 8 Burnet, *Aurore*, p. 81.
(3) 8 Burnet, *Aurore*, p. 135.

tielles ou totales, elles ont pour cause dans la cosmologie de Thalès et d'Héraclite l'inclinaison ou le retournement de la face brillante des bassins que sont les astres. D'après Anaximandre elles résultent de l'obstruction partielle ou totale de l'ouverture des jantes. Anaximène pour les expliquer fait intervenir des corps terreux, obscurs, qui circulent dans la voûte céleste. Empédocle connaît la vraie théorie des éclipses de soleil tout au moins; mais c'est Anaxagore qui la formule avec une entière netteté, ainsi que le rapporte Hippolyte. « La lune est éclipsée par la terre qui lui dérobe la lumière du soleil, et quelquefois aussi par les corps qui sont au-dessous d'elle et se placent devant elle. Le soleil est éclipsé à la nouvelle lune, quand la lune nous la dérobe » (Diels, *Vor.* I, 301, 47).

Quant à la forme et à la position de la terre, les premiers Ioniens considèrent en général celle-ci comme un cylindre porté par l'eau ou suspendu dans l'air, ou encore comme un disque mince ou même comme une écuelle dont les bords seraient relevés. Pythagore fut le premier, semble-t-il, à affirmer la sphéricité de la terre qui fut en tout cas nettement proclamée par Parménide (1).

Disons enfin que les conceptions relatives aux mouvements comparés des astres manquent de précision et varient suivant les auteurs. Tous s'accordent à reconnaître que la région des étoiles fixes accomplit une révolution de 24 heures autour du pôle céleste; mais il y a divergence en ce qui concerne le soleil, la lune et les planètes. Ces astres sont regardés tantôt comme des météores qui parcourent l'atmosphère d'un mouvement indépendant, tantôt comme des corps entraînés partiellement par le mouvement de révolution qui anime le ciel étoilé.

§ 2. — Les hypothèses physiques

L'école pythagoricienne n'abandonne pas complètement

(1) 25 Tannery, *Science hellène*, p. 208.

les préoccupations météorologiques de ses devanciers ; mais elle y ajoute le souci de comprendre le mécanisme des mouvements célestes. Seulement dans les doctrines qu'elle professe il reste bien difficile de séparer les idées du maître de celles de ses disciples.

Tout en déclarant que la terre est immobile (1), Pythagore, semble-t-il, eut le grand mérite de reconnaître qu'elle est sphérique, soit qu'il ait jugé cette figure parfaite, soit qu'il l'eût reconnue dans la forme de l'ombre terrestre qui cause les éclipses de lune. Il distingua le premier dans la marche du soleil, de la lune et même des planètes, deux mouvements qui s'effectuent autour de pôles distincts. L'un de ces mouvements est diurne suivant le plan de l'équateur; l'autre est annuel, en sens inverse du premier, suivant le plan de l'écliptique. Voilà tout ce que l'on peut vraisemblablement attribuer à Pythagore.

L'un de ses disciples, Philolaüs, contemporain de Socrate développe comme suit les conceptions de son maître.

L'univers sphérique est entouré d'un feu qui le nourrit et dont une partie se trouve en outre condensée en son centre. Le feu central produit la lumière diffuse du jour et le feu extrême entretient les étoiles. L'espace qui les sépare est divisé en trois régions concentriques.

La plus éloignée est l'*Olympe* ou sphère des étoiles fixes. Puis vient le *Kosmos* dans lequel on découvre successivement, à mesure que l'on se rapproche du feu central, les planètes, le soleil et la lune. Le soleil du reste n'est pas lumineux par lui-même ; c'est une masse transparente comme le verre qui reçoit l'illumination du feu d'en haut et la renvoie vers nous. L'*Ouranos* enfin forme la région sublunaire dans laquelle « se trouvent les choses soumises à la génération, apanage de ce qui anime les transmutations » (Aetius, DIELS, *Vor.* I, 237, 23.) Cette distinction radicale entre la région sublunaire et l'espace qui de la lune s'étend jusqu'aux confins de

(1) 13 DUHEM, *Système* I, p. 8.

l'univers sera reprise par Aristote et maintenue jusqu'à la Renaissance.

Les corps qui se trouvent au-dessus de la lune sont formés de feu pur ou d'éléments purs, qui ne peuvent être ni altérés, ni changés; ils sont donc éternels et, n'étant pas engendrés, ils ne sauraient périr.

Les corps sublunaires sont au contraire tous des mixtes; ils sont soumis à la génération et à la destruction, puisque les mélanges dont ils sont formés sont sujets à des changements de toute sorte.

La terre se trouve dans l'Ouranos ainsi que son opposée l'anti-terre. Le principe de perfection exige en effet que le nombre des astres qui se meuvent circulairement atteigne le chiffre parfait de dix. L'existence de l'anti-terre est en outre jugée nécessaire pour expliquer la fréquence plus grande des éclipses de lune comparées à celles du soleil.

La terre et l'anti-terre tournent autour du feu central comme si elles étaient rigidement fixées aux extrémités d'un même diamètre. C'est pourquoi de la face que nous habitons nous ne pouvons voir ni le feu central, ni l'anti-terre.

Les dix corps célestes (sphère des étoiles, cinq planètes, soleil, lune, terre et anti-terre) se meuvent autour du feu central, foyer de l'univers, à la façon d'un chœur sur le théâtre ; animés de vitesses différentes ils produisent en tournant une harmonie musicale parfaite.

De plus la terre n'est pas le seul astre habité. La lune l'est également ; mais les êtres lunaires sont plus beaux et quinze fois plus grands que les êtres terrestres. (Aétius, Diels, *Vor.*, 237, 43.)

Deux disciples postérieurs à Philolaüs, Hicétas et Ecphantus abandonnent l'hypothèse de l'anti-terre ; ils placent le feu central à l'intérieur de la terre et situent cette dernière au centre de l'univers. En outre, pour expliquer le mouvement du ciel et des astres qu'ils considèrent comme apparent, ils douent la terre d'un mouvement de rotation sur elle-même.

Leur doctrine, conservée entre autres par Cicéron, a certainement guidé Copernic dans ses recherches, car celui-ci à deux reprises invoque le passage de Cicéron (*Quaestiones Academicae priores*, II, 39), où par erreur Hicétas est appelé Nicétas. Voici ce passage (1) :

« Au dire de Théophraste, Nicétas de Syracuse professe l'opinion que le Soleil, la lune et toutes les choses célestes demeurent immobiles, et que rien ne se meut dans le monde, fors la terre ; celle-ci, tournant autour de son axe avec une extrême vitesse, produit les mêmes apparences que l'on obtient en supposant la terre fixe et le ciel mobile. Certains pensent que, dans le Timée, Platon dit la même chose, mais d'une manière quelque peu plus obscure (1) ».

1924
440 Hya
2364 Kar

Comme le dit M. Duhem (2), le peu que nous savons des systèmes élaborés par les Pythagoriciens pour rendre compte des mouvements célestes suffit à éveiller l'étonnement et l'admiration; on demeure surpris de la fécondité et de l'ingéniosité de la pensée hellénique ; à peine celle-ci se trouve-t-elle aux prises avec le problème astronomique, qu'elle en multiplie les essais de solution et qu'elle l'aborde par les voies les plus diverses.

Et de fait les conceptions de l'école pythagoricienne eurent une influence incalculable en astronomie, car elles distinguent pour la première fois entre des mouvements réels et d'autres mouvements qui ne seraient qu'apparents ; elles mettent en lumière le fait qu'au delà des données immédiates fournies par les sens il faut chercher une raison d'harmonie qui les explique.

Platon incorpore dans sa doctrine les principaux éléments de l'astronomie pythagoricienne. Il retient la distinction fondamentale entre le mouvement diurne et la rétrogradation annuelle des planètes, du soleil et de la lune, mouvement et rétrogradation qui s'effectuent suivant deux plans et autour de deux pôles différents. Le Timée nous représente le Démiurge qui, après avoir fabriqué l'âme du monde,

(1) Cité d'après 13 DUHEM, *Système* I, p. 22.
(2) Id., p. 27.

la coupe en forme d'X, puis recourbe les extrémités de cet X de manière à obtenir deux cercles. L'un de ces cercles figure l'équateur et le mouvement uniforme, toujours identique à lui-même, de la révolution diurne ; l'autre représente l'écliptique et les mouvements variés des corps célestes autres que les étoiles.

Ces deux cercles se retrouvent dans les mouvements de l'intelligence qui tantôt recherche l'identique, tantôt au contraire s'attache aux éléments variables de la réalité.

Mais ce que Platon conserve avant tout de l'astronomie pythagoricienne, c'est l'opposition entre les mouvements réels et les mouvements apparents. C'est pour cela qu'il assigne à l'astronomie la tâche suivante : sauver les apparences, c'est-à-dire découvrir derrière les phénomènes sensibles les raisons géométriques qui les expliquent et les justifient. « Platon, nous dit Simplicius dans ses Commentaires (*in Aristotelis libros de coelo commentarii*, liv. II. cap. XII, édit. Karsten, p. 219, col. a), admet en principe que les corps célestes se meuvent d'un mouvement circulaire, uniforme et constamment régulier (c'est-à-dire de même sens); il pose alors aux mathématiciens ce problème.

Quels sont les mouvements circulaires et parfaitement réguliers qu'il convient de prendre pour hypothèses, afin que l'on puisse sauver les apparences des astres errants ? » (1)

Le problème étant ainsi posé, il faut, à partir de Platon, distinguer dans l'astronomie grecque deux genres d'hypothèses qui jusqu'alors avaient été plus ou moins mélangées : les hypothèses physiques concernant la nature et la constitution des astres, et les hypothèses mathématiques qui cherchent à rendre compte de leurs mouvements.

Les hypothèses physiques, quelque peu complétées par Aristote, resteront dans l'antiquité et au Moyen Age sensiblement les mêmes que pour Platon et ses prédécesseurs immédiats. A cette époque, comme nous l'avons vu, l'air et l'hu-

(1) Cité d'après *13* Duhem, *Système* I, p. 103.

midité ne sont plus confondus; l'obscurité est envisagée comme une ombre et non plus comme une réalité matérielle. On admet en outre que, si le soleil, les planètes et les étoiles sont lumineux par eux-mêmes, la lune a une lumière empruntée.

Cela étant, on peut ramener à quatre les hypothèses physiques.

1° L'univers forme un tout *fini* et achevé. Le supposer illimité, c'est contredire à la fois à la raison et aux faits. Notre raison ne peut en effet concevoir quelque chose qui, existant réellement, n'occuperait pas un lieu défini. D'autre part si l'univers était infini, ses extrémités devraient parcourir en un temps fini de vingt-quatre heures des espaces infinis, ce qui est impossible en fait.

2° Puisque l'univers est fini, il a une forme sphérique et un *centre*, et c'est la terre qui doit occuper ce centre. D'abord si nous envisageons la terre pour elle-même, nous constatons qu'elle est immobile. En outre, de tous les éléments que nous connaissons, c'est l'élément terreux qui est le plus lourd et qui doit par conséquent occuper le centre de l'univers.

3° Dans son ensemble l'univers est formé de deux régions; l'une *céleste;* l'autre *sublunaire*. La région sublunaire comprend les corps qui sont formés par le mélange de quatre éléments, eau, air, terre et feu, et qui de ce fait sont soumis à la naissance et à la mort. La région céleste est occupée par les astres qui, étant formés d'une cinquième et unique essence (quintessence) sont incorruptibles comme elle.

4° Physiquement il n'y a qu'un seul mouvement possible, régulier et uniforme, pour un corps qui tourne librement autour d'un autre, c'est le mouvement *circulaire*. Car si le corps qui tourne commençait par se rapprocher ou par s'éloigner du corps central, il finirait par tomber sur lui ou par s'en éloigner tout à fait.

§ 3. — Les hypothèses mathématiques

Celles-ci furent en somme beaucoup plus variées que les hypothèses physiques. Pour en comprendre le sens, il faut se rappeler qu'elles ne prétendent pas expliquer les mouvements des astres les uns par rapport aux autres en vertu d'une cause physique telle que l'attraction de Newton, par exemple. Elles se bornent à donner une représentation géométrique de ces mouvements. Cette représentation peut être fictive, tout comme les moyens mécaniques imaginés par les romanciers modernes pour aller de la terre à la lune. Le romancier doit sans doute tenir compte des lois connues de la physique et ne pas les contredire. Mais cela fait il lui importe peu que l'ingénieur n'ait pas les capitaux nécessaires pour construire le canon qui enverra un boulet à la lune. De même l'astronome grec doit respecter les quatre données physiques que nous avons mentionnées plus haut ; quant au reste il est entièrement libre d'inventer la représentation géométrique qui lui paraîtra la mieux appropriée.

Platon et ses prédécesseurs pythagoriciens avaient pensé sauver les apparences en douant les astres errants d'une double révolution, diurne et non diurne, en sens inverse l'une de l'autre; mais cette conception ne résolvait pas le problème.

Les planètes placées dans le même plan (écliptique) que le soleil parcourent sans doute la même région que lui, à savoir les constellations zodiacales ; leur marche toutefois est irrégulière et présente des stations, suivies d'un recul, puis d'une avance, et ainsi de suite.

Pour rendre compte de cette marche irrégulière, Eudoxe de Cnide dote chaque astre errant d'un mécanisme de sphères homocentriques qui s'enveloppent l'une l'autre en se touchant et qui ont toutes la terre pour centre. « L'astre est logé dans l'épaisseur de la dernière de ces sphères, de celle qui est à l'intérieur de toutes les autres; son centre est sur l'équateur de cette sphère (1) ».

La première sphère, c'est-à-dire celle qui est extérieure à toutes les autres, tourne d'un mouvement uniforme de l'Orient à l'Occident en 24 heures suivant l'axe du monde désigné par l'étoile polaire. De cette façon tous les astres errants participent à la rotation diurne qui affecte les corps du ciel.

La deuxième sphère s'appuyant par son axe sur la première sphère se trouve ainsi solidaire du mouvement uniforme qui anime celle-ci ; mais la vitesse et le sens du mouvement propre, comme aussi son orientation, sont différents. Cette deuxième sphère en effet tourne uniformément d'Occident en Orient autour d'un axe qui est normal à l'écliptique. La durée de cette révolution n'est pas la même pour les divers astres errants ; elle est, par exemple, au dire d'Eudoxe, de un an pour Mercure, de 11 ans pour Jupiter, etc.

La troisième sphère, intérieure et contiguë à la deuxième, reçoit le mouvement déjà composé dont celle-ci est animée ; elle le combine avec le mouvement uniforme qui lui est propre.

Les choses se poursuivent de cette manière jusqu'à la dernière sphère, qui sur son équateur porte l'astre, et il faut autant de sphères qu'il y a en celui-ci de mouvements particuliers à expliquer.

Par exemple, si le plan de la lune était le même que celui de l'écliptique, il se produirait autant d'éclipses de soleil et de lune qu'il y a respectivement de nouvelles et de pleines lunes et il suffirait de deux sphères pour rendre compte des faits observés. Mais le plan de la lune étant incliné sur celui de l'écliptique, ce dernier se trouve coupé par l'orbe lunaire en deux points ou nœuds, seuls endroits où puissent se produire les éclipses. Comme ces nœuds se déplacent d'un mouvement uniforme et régulier, il faut pour expliquer ce dépla-

(1) La reconstitution du système d'Eudoxe a été faite par SCHIAPARELLI et résumée par *13* DUHEM, *Système* I, p. 114.

cement une sphère spéciale. Il faut donc en tout trois sphères pour faire comprendre la marche de la lune dans le ciel.

Lorsqu'il s'agit des planètes, le problème est plus compliqué, puisqu'ici interviennent des stations et des reculs, puis de nouvelles progressions. Aussi pour chaque planète Eudoxe a-t-il recours à quatre sphères; la première concerne la révolution diurne, la deuxième la révolution zodiacale, la troisième et la quatrième les mouvements irréguliers.

Nous aurons au total 27 sphères (20 pour les planètes, 3 pour le soleil, 3 pour la lune, et 1 pour les étoiles).

Aristote adopte le système d'Eudoxe et cherche à le compléter en partie par les idées de Calippe, en partie par les siennes propres. Dans le système d'Eudoxe en effet le mouvement de chaque planète forme un tout indépendant. Aristote imagine des sphères compensatrices qui s'intercalent entre les espaces séparant les divers mécanismes des corps célestes. Tous les mouvements des astres errants deviennent alors solidaires de l'impulsion unique qui anime la sphère étoilée. Aristote de plus maintient la matérialité des sphères en les considérant comme étant formées d'éther. Cette matérialisation fut en général abandonnée plus tard, jusqu'au moment où les Arabes en reprennent l'idée.

Vers la fin du IIIe siècle avant J.-C. le système des sphères homocentriques, parachevé par Calippe et par Aristote depuis cent ans, n'est pas encore remplacé. Il se heurte cependant à de graves objections, tirées des variations d'éclat considérables que présentent les planètes, spécialement Mars et Vénus. Ces modifications d'éclat indiquent pour les distances à l'observateur, des changements qui sont incompatibles avec un système de sphères concentriques à la terre, dans lequel en effet les planètes sont toujours également éloignées de celle-ci (1).

De plus la théorie d'Eudoxe n'expliquait pas pourquoi Mercure et Vénus sont de toutes les planètes les seules qui se tiennent toujours au voisinage du soleil.

(1) 2 BIGOURDAN, *Astronomie*, p. 254

Pour surmonter ces difficultés, un disciple immédiat de Platon, à savoir Héraclide du Pont, eut recours à deux hypothèses dont l'une, tout à fait originale, consiste à admettre un héliocentrisme partiel. De même que le pythagoricien Ecphantus, il déclare tout d'abord que la terre est au centre d'un univers infini et qu'elle tourne sur elle-même en vingt-quatre heures, ce qui explique la révolution apparente du ciel étoilé. Cela étant, il suppose que Vénus et Mercure tournent autour du soleil, tandis que celui-ci se meut autour de la terre ainsi que les autres planètes.

Aristarque de Samos dont l'activité scientifique se place aux environs de 280 av. J.-C., va plus loin encore dans cette voie. Il conçoit un système héliocentrique dont Copernic reproduira au XVI^e siècle les idées essentielles et que l'on peut caractériser comme suit : le soleil immobile est placé au centre de l'univers dont les extrémités sont formées par la sphère également immobile des étoiles fixes. La terre est animée d'un double mouvement, mouvement de rotation quotidienne sur elle-même et mouvement de révolution annuelle autour du soleil. Les planètes tournent, elles aussi, autour de ce dernier. D'après Aristarque il faut en outre supposer que la sphère des étoiles est très éloignée; sinon l'on constaterait l'existence de parallaxes, ce qui, selon lui, n'est pas le cas.

Cette conception, d'une ingéniosité égale à son audace, resta sans écho dans l'antiquité. Les raisons de cet échec sont diverses, religieuses autant que scientifiques. Assimiler la terre aux planètes, en la faisant comme ces dernières tourner autour du soleil, c'était commettre une impiété; car c'était abolir la distinction entre la matière terrestre qui est corruptible et l'essence incorruptible dont les astres sont formés. L'hypothèse d'Aristarque contredisait ensuite aux lois de la physique alors connue, puisque la terre, étant faite des corps les plus lourds, doit forcément occuper le centre de l'univers. Elle ne rendait pas compte enfin, par le seul emploi des mouvements circulaires, de l'inégalité des saisons.

On comprend mieux dans ces conditions qu'elle n'ait pas été suivie.

Aussi est-ce dans une autre voie que l'on cherche la solution des difficultés que le système d'Eudoxe ne pouvait vaincre. Hipparque et Ptolémée, utilisant les travaux d'Apollonius ont recours à une combinaison d'excentriques et d'épicycles. Un mouvement excentrique est celui que décrit un cercle tournant autour de l'un de ses points autre que le centre. Un système d'épicycles est formé par un agencement de cercles successifs tels que le centre de l'un se trouve sur un point de la circonférence de l'autre.

Cela étant, il faut d'abord observer soigneusement les stations, les rétrogradations, l'éclat variable d'un astre errant et en noter les différences suivant la région céleste parcourue, puis trouver la combinaison d'épicycles et d'excentriques qui rende compte des faits observés.

Hipparque s'acquitte d'une façon magistrale de cette tâche. Non seulement il parvient à surmonter les difficultés qui avaient arrêté ses devanciers ; mais il découvre des faits nouveaux, tels que la précession des équinoxes et il réussit à en rendre compte géométriquement (1).

S'inspirant des conceptions d'Hipparque, Ptolémée résume et complète la science astronomique de l'antiquité telle qu'elle sera léguée au Moyen Age. A ce moment deux tendances vont s'affirmer, l'une chez les Arabes, l'autre chez les penseurs scolastiques.

Les Arabes ne peuvent s'en tenir à la conception abstraite des astronomes grecs; ils cherchent invinciblement à en matérialiser les fictions géométriques et à leur donner des bases physiques. « En réalité, dit Averroës l'astronomie de notre

(1) Il ignorait du reste la cause physique de ce phénomène à savoir le renflement équatorial de la terre. Par suite de ce renflement, la terre dans son mouvement de rotation se meut à la façon d'une toupie qui se balancerait sur elle-même ; le plan équatorial et le plan écliptique ne se coupent plus alors au même endroit au bout d'une révolution annuelle. Il en résulte que par rapport à une étoile prise comme point de repère le soleil se retrouve à l'équinoxe après chaque année légèrement plus tôt qu'il ne le faudrait.

temps n'existe pas ; elle convient au calcul, mais ne s'accorde pas avec ce qui est (1)». Pour combler cette lacune Al-Bitrogi imagine des sphères solides et transparentes au nombre de neuf et par leur agencement il essaie d'expliquer les phénomènes célestes dans leur ensemble (2).

Cette conception réaliste fut celle que le peuple adopta au moyen âge. Le paradis étant aux extrémités du ciel, il fallait pour y parvenir traverser les sphères solides en certains passages déterminés. Le voyage dans ces conditions n'était pas facile ainsi qu'en témoigne le fabliau « du vilain qui gagna le paradis en plaidant » :

« *A son chevet par grand hasard*
Il ne se trouva pas un diable, pas un ange
Qui pût le réclamer au moment du départ.
Embarrassé le pauvre hère
Partit sans guide et ne sachant que faire.
Par bonheur il rencontre et suit l'ange Michel
Qui menait lors un bienheureux au ciel.

Les penseurs scolastiques, Thomas d'Aquin en particulier, conservent l'attitude adoptée par les astronomes grecs, dont ils discutent les hypothèses avec beaucoup de liberté. « On pourrait peut-être, déclare Thomas d'Aquin, expliquer les mouvements apparents des étoiles par quelque autre procédé que les hommes n'ont point conçu » (3).

On sait comment à l'époque de la Renaissance Copernic remit en honneur le système héliocentrique proposé autrefois par Aristarque, en conservant comme celui-ci du reste la conception d'un univers fini. Son hypothèse dans ces conditions ne pouvait avoir un caractère révolutionnaire. Regardée comme une fiction mathématique elle fut étudiée à ce point de vue et jugée insuffisante, même par de bons esprits tels que Tycho-Brahé. Elle contredisait la physique

(1) *13* Duhem, *Système* II, p. 139.
(2) Id., p. 149.
(3) *13* Duhem, *Système III*, p. 354.

d'Aristote, sans fournir les preuves voulues; de plus elle n'apportait guère de simplifications aux calculs, puisque le mouvement de la planète Vénus, par exemple, exigeait encore un engrenage de cinq épicycles (1).

Pour troubler les esprits et trouver créance, l'hypothèse de Copernic dut être complétée :

1° par les considérations de Giordano Bruno sur les mouvements relatifs et la grandeur infinie de l'univers;

2° par l'hypothèse de Képler sur le mouvement elliptique des planètes, hypothèse géniale puisqu'elle amenait une simplification très grande des calculs, sans contredire les apparences ;

3° par les recherches de Galilée sur la pesanteur et par ses observations concernant les taches du soleil ; car les résultats obtenus de cette manière ruinaient définitivement les théories physiques d'Aristote relatives aux lieux et à l'opposition entre les régions céleste et sublunaire.

C'est donc grâce aux travaux de Képler et de Galilée que les hypothèses mathématiques et physiques purent se fondre harmonieusement et que l'astronomie pût entrer dans des voies nouvelles.

(1) 24 Sageret, *Système*, p. 194.

CHAPITRE III

Les sciences mécaniques et physiques

Constituer, comme le firent les Grecs, une astronomie scientifique qui fut autre chose que de l'astrologie présente déjà des difficultés très grandes; mais lorsqu'il s'agit d'expliquer les phénomènes physiques et mécaniques, ces difficultés deviennent presque insurmontables. On se heurte dans ce domaine à une telle variété d'aspects qu'il semble impossible de les faire tous dériver d'un petit nombre de notions premières.

Un tronc d'arbre mal équarri est en équilibre sur une poutre. Nous sentons instinctivement que la répartition d'un poids égal autour du point d'appui est la cause du phénomène. Mais comment exprimer cela d'une façon rigoureuse ? Et puis l'égalité de poids entre-t-elle seule en cause ? Un sac de sable placé sur une barre de fer peut se tenir en équilibre, même si le sable n'est pas également réparti des deux côtés de la barre.

On jette dans l'eau un morceau de sapin et un morceau de liège de même dimension. Celui-ci enfonce moins que celui-là. Est-il possible d'expliquer ce fait au moyen des mêmes notions qui permettent de comprendre l'état d'équilibre de la poutre ou du sac de sable ?

C'est bien autre chose encore si des corps en repos ou en équilibre on passe à l'étude des corps en mouvement. Nous savons qu'une pierre tombant en liberté du haut d'une tour accélère sa chute. Mais comment mesurer exactement cette augmentation de vitesse ? Nous savons aussi qu'un caillou lancé à peu près verticalement au moyen d'une fronde s'arrête au haut de sa course pour retomber ensuite. Mais quel chemin ce caillou a-t-il exactement parcouru et quelle a été sa vitesse à chaque instant ? Peut-on espérer ramener l'explication de phénomènes si divers à quelques notions et à quelques principes ?

Il faut le dire d'emblée. Les Grecs ne sont point parvenus à réaliser cet idéal ou tout au moins ils n'ont pu le faire que d'une manière imparfaite. C'est qu'ils avaient, au dire de plusieurs, l'esprit trop logique pour être à même de créer des sciences qui se fondent exclusivement sur l'expérience et l'expérimentation. Formulé de cette manière, le reproche est certainement injuste. Les Grecs ont su, non seulement observer, mais contrôler les phénomènes, pour autant qu'ils étaient à même de le faire avec les instruments dont ils disposaient. G. Milhaud a mis nettement en lumière ce point que confirment du reste les inventions techniques des Grecs et les notions physiques qui les ont guidées (1).

§ 1. — Inventions techniques et notions physiques

Dès les temps homériques nous constatons une technique déjà avancée, spécialement dans la construction des battants de porte et de la serrure qui les fermait (Odyssée, XXI, 42) (2). Peu après, à l'époque de Thalès, l'ingénieur Eupalinos construit dans l'île de Samos un tunnel qui traverse la colline de Kastro. Celui-ci fut creusé des deux côtés de la colline à la fois et la rencontre des mineurs fut à peu près exacte, ce qui suppose des procédés de triangulation déjà avancés. D'autre part dans la Grande Grèce, au sud de l'Italie, Archytas, le disciple de Pythagore, se rend célèbre

(1) 21 MILHAUD, *Etudes*, p. 257.
(2) *10* DIELS, *Antike*, p. 34.

par ses inventions mécaniques et découvre l'usage de la poulie (Aulugelle, X, 12). Mais ce sont surtout les machines de guerre qui vers l'an 400 av. J.-C. prennent naissance à la cour de Denys l'Ancien, pour être développées un siècle et demi plus tard par le génie d'Archimède.

Arbalètes puissantes, catapultes formidables tendues au moyen d'un treuil, il n'est pas jusqu'à la mitrailleuse dont les Grecs n'aient trouvé l'idée. Un mécanisme ingénieux faisait glisser automatiquement des balles de métal dans la coulisse d'une arbalète, à mesure qu'on la tendait à nouveau (1).

Les ouvrages de Héron nous montrent d'autre part que les Grecs savaient déjà utiliser les courants d'air chaud, l'air comprimé et qu'ils étaient sur la voie de découvrir la puissance motrice de la vapeur, comme en témoigne l'aéolipile.

Cet appareil est constitué par une sphère creuse qui peut pivoter horizontalement, et qui par l'un des tuyaux servant de pivot reçoit la vapeur d'une chaudière. Cette vapeur s'échappe de la sphère par deux tuyaux coudés en sens inverse l'un de l'autre et situés aux antipodes l'un de l'autre dans le plan vertical et perpendiculaire à l'axe de rotation. Grâce à cette disposition l'échappement de la vapeur imprime à la sphère un mouvement de plus en plus rapide (Héron, I, *Pneumatica*, p. 230). Dans ces mêmes ouvrages on trouve la description d'une pompe aspirante et refoulante, destinée à servir en cas d'incendie (Héron, I *Pneumatica*, p. 133), comme aussi la description d'un hodomètre, analogue en tous points à nos taximètres. Un petit taquet est fixé à l'essieu de la roue de la voiture ; il actionne à chaque tour une roue horizontale dont les dents sont espacées. Un système ingénieux de roues dentées et de vis sans fin transmet le mouvement et fait tourner les aiguilles des compteurs qui marquent des unités de diverses grandeurs (Héron, III, *Rationes dimetiendi*, p. 292).

La construction des automates utilisés dans les temples et les théâtres révèle également une savante utilisation des

(1) 10 Diels, *Antike*, p. 93.

forces physiques que l'on connaissait alors. Une machinerie était habilement dissimulée dans le sous-sol, juste au-dessous des autels et communiquant avec ces derniers. On pouvait à volonté utiliser des courants d'air chaud et froid, ou des courants d'eau chaude et froide, ou parfois de l'air comprimé. Il suffisait pour cela d'allumer le feu sur l'autel. Ce feu échauffait l'air et l'eau qui actionnaient le mécanisme souterrain. Celui-ci agissait à son tour sur les statues, les colombes, etc., que le peuple voyait alors se mouvoir mystérieusement.

Les dieux et les déesses levaient les bras pour bénir la foule et versaient des larmes ou bien ils répandaient des libations. Ou encore une colombe, soulevée par l'air chaud, s'enlevait d'elle-même et allait tomber à terre (Héron, I *Pneumatica*, p. 338 et sq.). Il est inutile d'insister ; ce qui nous intéresse dans ces constructions, c'est le degré de connaissances physiques et mécaniques qu'elles supposent.

Sous ce rapport et dans le domaine de la physique les Anciens connaissaient comme forces, outre le feu, l'air et la pesanteur, la force magnétique. Platon parle déjà de la pierre qu'Euripide a appelée Magnétique et que la plupart nomment pierre d'Héraclée, laquelle non seulement attire des anneaux de fer, mais leur communique sa propre vertu (*Ion*, 533 D). Il attribue cette attraction au phénomène suivant : des pores de l'aimant ou de l'ambre frotté sort un fluide; comme le vide ne peut exister dans la nature, l'air se précipite dans les pores et son mouvement attire les objets vers le corps électrisé.

En ce qui concerne l'air, les Anciens savaient que celui-ci tend à monter ou à descendre suivant qu'il est échauffé ou refroidi et que comprimé il s'échappe avec violence. Ils savaient aussi que si l'on aspire l'air d'un tube à moitié plongé dans l'eau, celle-ci remonte dans le tube et ils expliquaient le fait comme suit : les corps se superposent par ordre de densité; en bas, les solides et les liquides; au-dessus l'air, puis le feu ; ils tendent toujours à se suivre dans cet ordre sans laisser d'intervalle entre eux. La force d'attraction n'est du reste point la même entre tous ces éléments. Peu sensible entre un liquide et un solide, elle l'est beaucoup plus entre un liquide et l'air. C'est pourquoi l'air aspiré hors d'un tube qui est à moitié plongé dans l'eau attire violemment celle-ci et en contrecarre la pesanteur. Il y a équilibre lorsque le poids de la colonne d'eau soulevée est égal à la force d'attraction de l'air.

Les Anciens admettaient en outre que le son se propage dans l'air par ondes sphériques (Vitruve, *de architect.*, liv. V) et qu'il peut dans ces conditions être renvoyé par un obstacle et produire un écho (1).

Ils admettaient aussi que la lumière se propage d'une façon rectiligne et qu'elle se réfléchit sur une surface polie suivant un angle d'incidence qui est égal à celui de réflexion. Cette loi semble avoir été connue de Platon, si l'on en juge par certains passages du *Timée* (45 B et surtout 46 B) ; elle fut en tout cas clairement énoncée par Euclide qui en démontre les principales conséquences (Euclide, VII, *Optica*) Quant à la réfraction elle fut étudiée surtout par Ptolémée (2).

La propriété que possèdent les miroirs concaves de donner l'image agrandie d'un objet était certainement utilisée. Les Anciens ont également connu les lentilles grossissantes, bien qu'ils n'aient pas su les combiner de manière à construire des lunettes ou des jumelles, ou même des lorgnons. Dans les *Nuées d'Aristophane* (acte II, scène I) Strepsiade se fait fort d'effacer au moyen d'une lentille les caractères gravés sur une tablette de cire : « Quand le greffier aura écrit son assignation contre moi, je prendrai le verre, et me mettant ainsi au soleil, je ferai fondre son écriture ». Sénèque d'autre part dans ses *Questions naturelles* dit que de petites lettres

(1) A. de Rochas, *La Science des philosophes et l'art des thaumaturges dans l'antiquité*, Dorbon Aîné, Paris, p. 35 et p. 39.

(2) Sur les débuts de la physique mathématique, voir : *G.* Loria, *Science esatte*, p. 557.

vues à travers une boule de verre pleine d'eau paraissent plus grosses.

Dans le domaine de la mécanique les Anciens savaient que l'on peut transmettre un mouvement au moyen de roues dentées et de vis sans fin et que l'on peut avec une petite force produire de grands effets, à condition d'y mettre le temps et d'utiliser un système de poulies en nombre suffisant ; ils savaient aussi que l'eau est incompressible et que cette propriété peut être utilisée.

La technique des Grecs était donc déjà très avancée et en voie de faire les découvertes qui virent le jour à partir de la Renaissance. Si son effort ne put aboutir d'une façon plus complète, c'est probablement parce que la main-d'œuvre fournie par les esclaves était à vil prix et rendait inutile la construction des machines (1). Quoiqu'il en soit de cet important problème, il reste à voir si et comment les résultats obtenus techniquement furent interprétés au point de vue théorique. Si l'on excepte quelques passages de Platon, c'est Aristote qui le premier tenta de formuler avec ordre les lois générales de la physique et de la mécanique (2).

§ 2. — **Dynamique d'Aristote** (2)

A proprement parler, Aristote ne distingue pas, comme le font les modernes la statique et la dynamique ; il ne sépare pas la théorie de l'équilibre de la théorie du mouvement ; il n'assigne pas à la première des principes propres, autonomes qui ne se réclament point de la seconde ; il traite

(1) E. Meyerson, *Bulletin de la Société française de Philosophie*, février-mars 1914, p. 103.

(1) Sur les conceptions antérieures à Aristote, voir dans R. Berthelot : *Evolutionnisme et platonisme*, p. 139, le chapitre intitulé : *L'idée de physique mathématique et l'idée de physique évolutionniste chez les philosophes grecs entre Pythagore et Platon.*

(2) Sur les caractères généraux de la physique aristotélicienne, consulter A. Mansion : *Introduction à la physique aristotélicienne*, Louvain, 1913 et H. Carteron : *La notion de force dans le système d'Aristote*, 1924.

d'une manière générale des mouvements qui peuvent se produire en un mécanisme ; lorsqu'aucun mouvement ne se produit, le mécanisme demeure en équilibre (1).

Il ne faut pas oublier du reste que chez Aristote la mécanique dans son ensemble repose pour une large part sur des doctrines philosophiques concernant la nature du mouvement et du lieu naturel, la distinction des corps célestes et des corps sublunaires, l'opposition des mouvements naturels et des mouvements violents, etc.

L'idée de mouvement tout d'abord a une signification beaucoup plus étendue que celle que nous lui donnons (2). Par mouvement en effet Aristote entend :

1° un changement *substantiel* qui pour un corps peut s'effectuer en deux sens opposés : passage de la forme à la privation de cette forme, ce qui entraîne la corruption, ou bien en sens contraire passage de la privation à une forme, ce qui donne lieu à une naissance ;

2° un changement *quantitatif*, grâce auquel un corps est diminué ou augmenté dans son volume ;

3° un changement *qualitatif* qui provoque dans un corps une transformation de ses propriétés ;

4° un mouvement *local* qui opère le déplacement d'un endroit à un autre.

De ces quatre espèces de mouvement, le changement qualitatif présente un caractère spécial, car il est irréductible au mécanisme et à une simple étude des rapports spatiaux. Une substance qui se modifie qualitativement le fait non par le déplacement de ses molécules, mais par une variation interne de sa nature. Les changements quantitatif et substantiel impliquent au contraire le mouvement local. Celui-ci est donc le plus important pour la mécanique. De plus il concerne aussi bien les corps célestes incorruptibles que les corps terrestres qui sont soumis aux phénomènes de la naissance et de la mort.

(1) *11* DUHEM, *Origines* I, p. 5.
(2) *13* DUHEM, *Système* I, p. 161.

Cela étant, le mouvement local peut revêtir deux formes, l'une naturelle, l'autre violente.

Le mouvement naturel a sa condition dans le fait que les corps possèdent un lieu dans lequel ils se trouvent en parfait équilibre et vers lequel ils tendent naturellement. Ce mouvement naturel doit être simple comme chacune des substances simples qu'il affecte.

Il n'existe du reste que deux sortes de mouvements simples, le mouvement de rotation qu'Aristote nomme mouvement circulaire, et le mouvement de translation qu'il nomme mouvement rectiligne (1) (*Phys*, 261 b). Le mouvement circulaire est celui qui convient par nature à la substance céleste, car il est parfait comme elle. Le mouvement rectiligne au contraire est le mouvement des corps, situés dans la région sublunaire, qui sont susceptibles de génération et de corruption.

Les translations simples sont de deux sortes; les unes sont dirigées vers le centre de l'Univers, les autres suivent des directions issues de ce point ; le mouvement rectiligne centripète (mouvement vers le bas) affecte naturellement les corps graves ou pesants dont le lieu est le centre de l'Univers ; le mouvement rectiligne centrifuge (mouvement vers le haut) caractérise les corps légers qui ont pour lieu la concavité de l'orbe lunaire. Des quatre éléments qui se trouvent dans la région sublunaire, deux sont pesants, à savoir la terre et l'eau; deux sont légers, l'air et le feu.

La pesanteur et la légèreté impriment donc aux corps qui les possèdent des mouvements rectilignes ; mais ces mouvements cessent sitôt que les corps ont atteint leur lieu, c'est-à-dire les régions de l'espace où ils sont naturellement en équilibre. Ainsi le lieu est non seulement quelque chose de réel, mais il possède une certaine puissance (*Phys.*, 208 b, 10). Ce fait explique pourquoi la chute des graves est accélérée ; la force de la pesanteur va en croissant au fur et à mesure que le grave se rapproche de son lieu (2).

(1) *13* Duhem, *Système* I, p. 205.
(2) *16* Jouguet, *Lectures de mécanique* I, p. 3.

Les mouvements que nous venons d'énumérer, rectilignes de haut en bas pour les corps pesants, rectilignes de bas en haut pour les corps légers, circulaires pour les corps célestes s'opposent en tant que mouvements naturels aux mouvements forcés qui résultent d'une contrainte extérieure, et qui ne sont pas dirigés vers le lieu d'un corps. Tels le jet d'un projectile et le halage d'un vaisseau.

Du reste que le mouvement soit naturel ou forcé, il ne peut être que rectiligne ou circulaire ou un composé de l'un et de l'autre « car tout ce qui est mû l'est ou circulairement ou rectilignement ou en leur mélange » (*Phys.*, 261 b 28). En posant ce principe Aristote laisse pressentir l'un des théorèmes les plus féconds de la cinématique moderne que l'on peut formuler ainsi : le mouvement infiniment petit le plus général d'un corps solide se compose d'une rotation infiniment petite autour d'un certain axe et d'une translation infiniment petite parallèle à cet axe (1). Toutefois en appliquant ce principe en dehors de toute considération infinitésimale la dynamique aristotélicienne devait conduire à des erreurs manifestes. Envisageons, par exemple, une pierre, qui, lancée dans les airs au moyen d'une fronde, retombe sur le sol. Pour les disciples d'Aristote, la trajectoire décrite par la pierre n'est pas une parabole, mais elle se compose de deux lignes droites qui sont réunies par un arc de cercle.

Quoiqu'il en soit, une fois établies les distinctions entre les corps célestes et terrestres (graves et légers), entre les mouvements naturels, violents, et leurs formes, Aristote précise les conditions et les lois de tout mouvement.

A ses yeux tout corps qui est mû est nécessairement soumis à deux forces, une puissance et une résistance; sans puissance, il ne pourrait se mouvoir ; mais sans résistance, son mouvement s'accomplirait en un instant ; il atteindrait immédiatement le terme auquel il tend par la puissance ; la vitesse avec laquelle le corps se meut dépend donc à la fois

(1) 13 Duhem, *Système* I, p. 171. — 24 Sageret, *Système*, p. 214.

de la grandeur de la résistance et de la grandeur de la puissance (1).

Cela étant, supposons que des corps de poids différents, des boules, par exemple, de même matière et de grosseurs diverses, soient situés sur une surface horizontale et plane. Poussons-les chacune en même temps et avec la même force; les boules plus légères rouleront plus rapidement et plus loin que les boules lourdes. De ce fait et d'autres analogues Aristote tire la loi suivante qui est à ses yeux le fondement de la mécanique.

La force F ou puissance qui met en mouvement un corps est égale à la résistance R qui agit sur ce corps, multipliée par la vitesse V que la force lui imprime

$$F = R.V.$$

Cette loi mécanique exclut la possibilité du vide dans la nature, car si le vide existait quelque part, les corps en le traversant ne seraient soumis à aucune résistance et le rapport F/R qui exprime la vitesse perdrait toute signification numérique (*Phys.*, 216 b). Ainsi, bien loin que l'existence du vide soit, comme le prétendent les atomistes, ce qui rend le mouvement possible, il est au contraire inconcevable qu'un corps se meuve dans le vide d'un mouvement local (2).

De plus, suivant qu'il s'agit d'un mouvement naturel ou d'un mouvement violent, la résistance et la puissance se manifestent différemment.

Dans le mouvement naturel, la force ou puissance est constituée par la qualité de pesanteur ou de légèreté qui pousse un corps vers son lieu et qui agit sans s'épuiser jamais jusqu'au moment où ce lieu est atteint par ce corps. Quant à la résistance il n'y en a pas d'autre que la résistance offerte par le milieu traversé, l'air, par exemple, s'il s'agit de la chute d'un grave.

L'observation nous montre en outre que le mouvement naturel en tant que rectiligne est accéléré (*Simplicius in Aristotelis.* Diels, liv. V, ch. VI, p. 916).

(1) *13* Duhem, *Système* I, p. 192.
(2) *13* Duhem, *Système* I, p. 197.

Lorsqu'un filet d'eau tombe d'un lieu élevé, d'une gouttière, par exemple, il se montre continu au voisinage de son origine; mais bientôt l'accélération de la chute sépare les unes des autres les gouttes d'eau qui tombent à terre isolées.

Quand une pierre tombe d'un lieu élevé, elle frappe l'obstacle plus violemment si on l'arrête vers la fin de sa chute qu'au milieu ou au commencement ; ce choc plus violent est la marque d'une plus grande vitesse (1).

La théorie confirme du reste l'observation. Le mouvement rectiligne ne peut pas être éternel ; il a un commencement et une fin. Dès lors partant du repos à un moment déterminé de la durée, un mobile ne passe d'une vitesse nulle à une vitesse donnée qu'en vertu d'une accélération, et cette accélération a, pour persister, les mêmes raisons qu'elle a eues de commencer. Elle ne cesse qu'au moment où le mobile a atteint son but, son lieu (2).

Dans les mouvements violents tels que la traction d'un char, le halage d'un vaisseau, la résistance est représentée par le poids de l'objet à mouvoir et la puissance par le moteur qui agit sans cesse sur cet objet. Le mouvement d'un projectile dans l'air présente un cas spécial. Ici c'est l'air qui joue le rôle de moteur. Ebranlé par le projectile au sortir de la catapulte ou de la fronde, il reflue sans cesse derrière lui et le pousse en avant. En outre tandis que le mouvement rectiligne naturel est accéléré, le mouvement violent se ralentit forcément (*Phys.* 230 b 25).

Au point de vue mécanique ce qui intéresse dans les vues d'Aristote, c'est la loi de proportionnalité qu'il établit comme nous l'avons vu entre la vitesse V, la puissance F et la résistance R. Une même puissance peut mouvoir successivement un corps lourd et un corps léger; mais elle mouvra lentement le corps lourd et vivement le corps léger ; les vitesses des mouvements imprimées à ces deux corps seront donc inversement proportionnelles à leur poids. « La vitesse du corps le moins lourd sera à la vitesse du corps le plus lourd comme

(1) 13 Duhem, *Système* I, p. 388.
(2) 24 Sageret, *Système*, p. 214.

le corps le plus lourd est au corps le moins lourd » (*De Caelo*, 301 b).

Cette loi semble la traduction fidèle de l'expérience courante. Au premier abord elle paraît même s'appliquer à la chute libre des corps dans l'espace. Ici la puissance qui meut est la pesanteur, la résistance est l'air. En fait un objet léger tel qu'une plume tombe plus lentement qu'un objet lourd comme un morceau de plomb. Cependant si nous prenons deux corps de même forme, mais dont l'un pèse un kilo et l'autre deux kilos; nous devons avoir, puisque la résistance de l'air est la même

$$1 \text{ kilo} = \text{R.V} \text{ et } 2 \text{ kilos} = \text{R.2V}$$

Le corps pesant 2 kilos doit tomber deux fois plus vite que celui de 1 kilo, ce qui est démenti par l'expérience.

Ainsi la loi posée par Aristote, qui persistera du reste jusqu'à la Renaissance, est manifestement fausse. La résistance de l'air n'a pas le rôle que lui attribue le Stagirite[1] et les corps tombent également vite dans le vide, comme le voulaient l'école atomistique et Lucrèce avec elle (II, 238) :

« Par conséquent les atomes, malgré l'inégalité de leurs masses, doivent se mouvoir avec une égale vitesse dans le vide ».

Supposons de plus un corps soumis à une puissance qui reste la même et à une résistance qui augmente sans cesse jusqu'à égaler la puissance, par exemple, lorsque l'on enfonce progressivement un pieu dans du sable. L'expérience nous apprend que la vitesse devient nulle à un moment donné ; or, d'après la loi d'Aristote, cela est impossible puisque l'on a constamment (1) :

$$V = \frac{F}{R}.$$

Aristote a bien vu la difficulté ; mais pour la lever il se borna à poser en principe qu'une petite force ne peut pas du tout mouvoir un corps gros. « De ce qu'une puissance entière meut un mobile d'une certaine longueur, il n'en résulte pas que la moitié de cette puissance meuve ce mobile

(1) ou Stagire de Macédoine, patrie d'Aristote.

Aristote (384-322 av. J.-C.) né à Stagyre (de là le Stag en Macédoine. Disciple de Platon ; précepteur d'Alexa d'une longueur, quelle qu'elle soit, pendant un temps, quel qu'il soit. Un seul homme pourrait dans ce cas mettre en mouvement le navire que tirent tous les hâleurs, si, la puissance des hâleurs se trouvant divisée par un certain nombre, le chemin parcouru l'était aussi par le même nombre (1) ». Aristote ne pouvait pas non plus d'après sa théorie expliquer pourquoi il est plus facile avec la même force de mouvoir une voiture dont les roues sont grandes et non petites. Son tort fut de considérer comme simples et élémentaires des faits qui sont en réalité très complexes.

Toutefois de la formule qu'il avait posée $F = R \times V$ il conclut que les propriétés du levier et de la balance se ramènent à l'étude des vitesses avec lesquelles sont décrits des arcs de cercle. Deux puissances sont en effet équivalentes si, mouvant des poids inégaux avec des vitesses inégales, elles font prendre la même valeur au produit du poids par la vitesse.

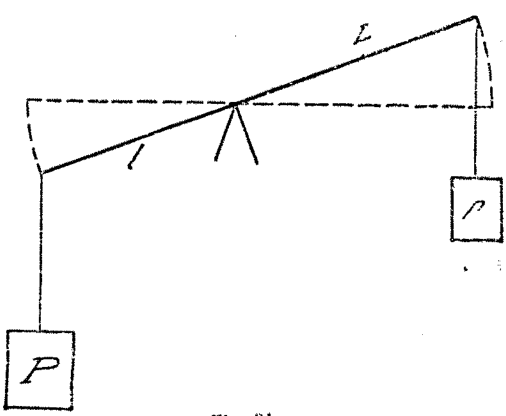


Fig. 31.

« Concevons, dès lors, un levier rectiligne qu'un point d'appui partage en deux bras inégaux, aux extrémités desquels pèsent deux masses inégales ; lorsque le levier tourne autour de son point d'appui, les deux poids se meuvent avec des vitesses différentes ; celui qui est le plus éloigné du

(1) Phys. 250 a 10, cité d'après *13* Duhem, *Système* I, p. 194.

point d'appui décrit, dans le même temps un plus grand arc que celui qui est le plus proche de ce même point ; les vitesses qui animent les deux poids sont entre elles comme les longueurs des bras au bout desquels ils pèsent.

Lors donc que nous voudrons comparer les puissances de ces deux poids, nous devrons, pour chacun d'eux, faire le produit du poids par la longueur du bras de levier; celui-là l'emportera qui correspond au plus grand produit ; et si les deux produits sont égaux, les deux poids resteront en équilibre » (1).

Aristote par une intuition géniale étend à d'autres mécanismes ce qu'il a dit du levier ; il montre que les effets variés de ces mécanismes s'expliquent si l'on considère simplement les vitesses avec lesquelles sont décrits certains arcs de cercle ; par là il laisse pressentir le principe des vitesses virtuelles. « Car, dit-il, les propriétés de la balance sont ramenéees à celles du cercle ; les propriétés du levier à celles de la balance ; enfin la plupart des autres particularités offertes par les mouvements des mécaniques se ramènent aux propriétés du levier » (*Questions mécaniques*, 848 a 11).

Mais du principe qu'il découvre, Aristote ne sait pas tirer les conséquences rigoureuses qui en découlent. Il l'applique à des problèmes dont la complexité dépasse les moyens par lesquels il prétend les résoudre. Déjà à propos du levier il se heurte à la difficulté suivante : « la ligne décrite, en un mouvement du levier, par le point d'application de la puissance ou de la résistance est une circonférence de cercle ; elle ne coïncide pas avec la droite verticale selon laquelle agit cette puissance ou cette résistance » (2).

Aristote aperçoit le problème; mais il ne parvient pas à le résoudre. Il se borne à supposer qu'une balance est d'autant plus exacte que ses bras sont plus longs, car dans ce cas l'arc

(1) *11* Duhem, *Origines* I, p. 7.
(2) *11* Duhem, *Origines* I, p. 9.

de cercle décrit se rapproche davantage d'une droite verticale (1).

§ 3. — Archimède et la statique

La méthode suivie par Archimède est bien différente de celle d'Aristote. Archimède circonscrit le champ de la mécanique théorique à l'étude des problèmes d'équilibre et il parvient de cette façon à jeter les fondements de la statique et de l'hydrostatique. Il ne songe pas à demander ses hypothèses fondamentales à la science du mouvement ; car les lois qui président aux déplacements des corps dans l'espace ne peuvent pas, semble-t-il, se ramener à des notions intelligibles et limpides à la raison. Au contraire les phénomènes d'équilibre peuvent s'interpréter au moyen de règles très simples, par une méthode en tous points semblable à celle qu'Euclide a suivie dans ses Eléments.

Cela étant Archimède demande simplement qu'on lui accorde, entre autres, les deux propositions suivantes :

I. Deux poids égaux appliqués à égale distance du point d'appui se font équilibre.

II. Deux poids égaux appliqués à des distances inégales (du point d'appui) ne se font pas équilibre et le poids le plus éloigné descend.

Ces postulats et d'autres semblables sont jugés par Archimède comme évidents et même comme indépendants de toute expérience. Si une tige supposée sans poids repose librement en son milieu sur un point d'appui et si deux poids égaux sont suspendus à ses extrémités, l'équilibre paraît *à priori* s'imposer à tout le système ; car, le système étant symétrique, on ne voit pas pourquoi un mouvement se produirait dans un sens plutôt que dans l'autre. Il semble donc évident, en vertu du principe de raison suffisante, que l'hypothèse soit indépendante de toute expérience (1).

(1) 16 JOUGUET, *Lectures de mécanique* I, p. 35.
(2) MACH, *La Mécanique*, Hermann, Paris, 1904, p. 18.

Une fois cette hypothèse accordée, on établit aisément la loi de l'équilibre pour un levier, à savoir $pL = Pl$, relation dans laquelle la force la plus grande P est suspendue au bras le plus court l du levier (fig. 32).

Pour démontrer cette relation il suffit de remplacer dans l'exemple choisi le poids de 4 kilos par un système de deux

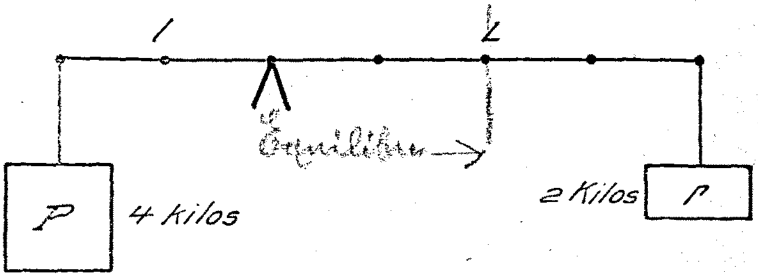


Fig. 32.

poids pesant chacun deux kilos ; il y a alors symétrie autour du point d'appui et par conséquent équilibre (fig. 33).

Après avoir établi la loi du levier Archimède l'utilise pour rechercher le centre de gravité de diverses surfaces telles que le triangle, le trapèze, le segment de parabole. Il démontre par exemple, que le centre de gravité d'un triangle

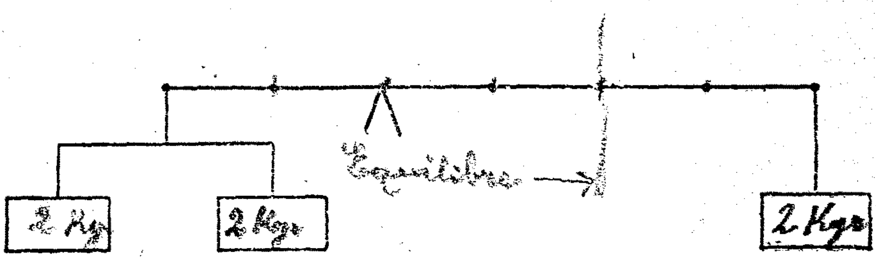


Fig. 33.

est le point où se coupent les médianes. En effet, si l'on place un triangle sur la lame d'un couteau de manière à ce que celle-ci coïncide tour à tour avec chacune des médianes, le triangle est en équilibre. Il le sera aussi par conséquent s'il est suspendu par le point où se rencontrent les médianes.

Par une méthode semblable, mais en invoquant de nouvelles hypothèses, Archimède démontre d'une façon géniale une série de propositions qui concernent l'hydrostatique et qui sont restées célèbres. Il prouve entre autres qu'un corps plongé dans une fluide de densité égale à la sienne s'immerge entièrement, mais reste suspendu dans le fluide ; qu'un solide flottant en équilibre à la surface d'un liquide déplace un poids de ce liquide égal au sien.

On le voit. Dans ce qui concerne la mécanique, Archimède ne tire pas ses principes, comme le fait Aristote, des lois générales du mouvement. Il fait reposer l'édifice de sa théorie sur quelques lois simples, relatives à l'équilibre et tenues pour évidentes. Il fait ainsi de la science de l'équilibre une science autonome qui ne doit rien aux autres branches de la physique; il met sur pied la statique (1).

Mais la rigueur et la clarté qu'il obtient sont achetées au prix d'un sacrifice réel concernant la généralité et la fécondité de la méthode.

Les lois qui régissent l'équilibre de deux graves suspendus aux bras d'un levier ont été tirées d'hypothèses spéciales à ce problème. Celles-ci ne seront d'aucune utilité, lorsque surgira un cas d'équilibre s'effectuant dans des conditions entièrement différentes ; analysées, elles ne pourront fournir aucune indication sur le choix de nouvelles hypothèses. Aussi bien, lorsqu'Archimède étudie l'équilibre des corps flottants, est-il obligé de recourir à des principes qui sont sans analogie avec les demandes faites à propos du levier.

Comme le remarque M. Duhem : « Admirable méthode de démonstration, la voie suivie par Archimède en mécanique n'est pas une méthode d'invention ; la certitude et la clarté de ses principes tiennent en grande partie, à ce qu'ils sont cueillis, pour ainsi dire, à la surface des phénomènes et non pas déracinés du fond des choses » (2).

C'est pour cela, nous semble-t-il, que même du point de vue logique la démonstration d'Archimède concernant la loi du levier n'est pas entièrement satisfaisante, car cette

(1) *11* Duhem, *Origines* I, p. 11.
(2) *11* Duhem, *Origines* I, p. 12.

démonstration se ramène en somme à la constatation déguisée d'un fait.

Sans doute en vertu du principe de symétrie nous pouvons soutenir logiquement que deux poids égaux A et B, suspendus à deux bras de levier égaux se feront équilibre ; mais nous ne pouvons savoir *à priori* ce qui se passera si nous remplaçons l'un de ces poids A (et celui-là seulement) par deux poids plus petits a_1 et a_2 qui se font équilibre et dont la somme est égale à A. L'expérience seule peut nous renseigner sur ce point.

Un exemple fera mieux comprendre qu'il en est bien

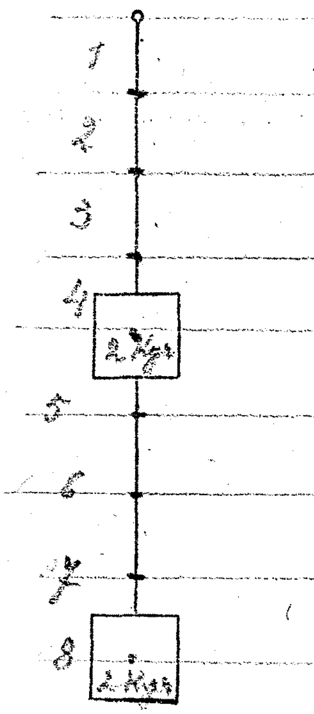


Fig. 34.

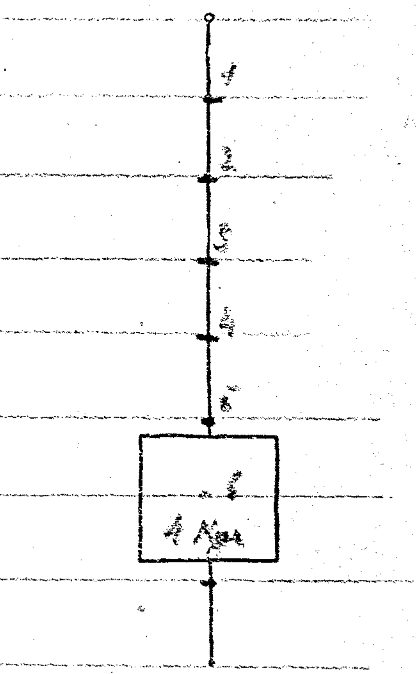


Fig. 35.

ainsi (1). Envisageons un pendule composé formé d'une tige rigide supposée de poids négligeable et auquel sont fixés un

(1) Cf. L. Lecornu, *La Mécanique*, Flammarion, Paris, 1918, p. 56.

poids de 2 kilos à la distance de 4 décimètres et un poids de 2 kilos également, à la distance de 8 décimètres.

Lorsque le pendule est tenu dans la position horizontale, le moment de la force qui agit sur lui est égal à

$$2.4 + 2.8 = 24.$$

D'après le raisonnement d'Archimède, nous pouvons remplacer les deux poids par un seul poids, égal à 4 kilos et fixé à la distance de 6 décimètres. Le moment de la force qui agit sur le pendule dans la position horizontale est toujours égal à 24, c'est-à-dire au produit de 6 par 4.

Il semble dans ces conditions que si nous lâchons et laissons osciller le pendule, nous devons dans les deux cas obtenir le même effet et trouver que la durée des oscillations est la même. Or en fait il n'en est rien. Pourquoi cela ? Parce que les conditions de symétrie pour un système en mouvement ne sont pas les mêmes que pour un système en équilibre. En opérant la transformation du pendule composé en un pendule simple nous n'avons sans doute pas changé le *moment statique* du système, mais par contre nous en avons modifié le *moment d'inertie* et c'est pourquoi les durées d'oscillation ne peuvent plus être égales (1).

Ainsi du principe logique de symétrie on ne peut tirer *à priori* des conséquences, avant toute expérience faite. C'est l'expérience seule qui peut nous apprendre de quelle façon ce principe est réalisé dans la nature, car une foule de facteurs ignorés pourraient intervenir et en troubler l'application là où nous serions en droit de l'attendre. En ce qui concerne le levier, savons-nous par exemple, si, pour maintenir l'équilibre, il est indifférent de suspendre plus haut ou

(1) Le moment d'inertie I est la somme des masses m multipliées par le carré de leur distance r à l'axe de suspension. La durée d'oscillation est alors égale à $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{M}}$ où M représente le moment statique.

Si l'on effectue les calculs dans l'exemple numérique que nous avons choisi, on trouve que I pour le pendule composé est égal à

$$2.4^2 + 2.8^2 = 160$$

et que pour le pendule simple il est seulement égal à $4.6^2 = 144$.

plus bas que le poids remplacé, le système de deux poids qu'on lui substitue et d'orienter ce système dans un sens parallèle ou perpendiculaire à la direction du levier.

Si la démonstration d'Archimède reste malgré tout rigoureuse, c'est uniquement parce qu'elle repose sur une constatation empirique instinctive, à savoir que l'effet utile exercé par une force à un instant donné est égal à cette force multipliée par sa distance à l'axe vertical qui passe par le point fixe d'appui

$$Pd = pD.$$

Cette relation qui repose sur les moments des forces ne

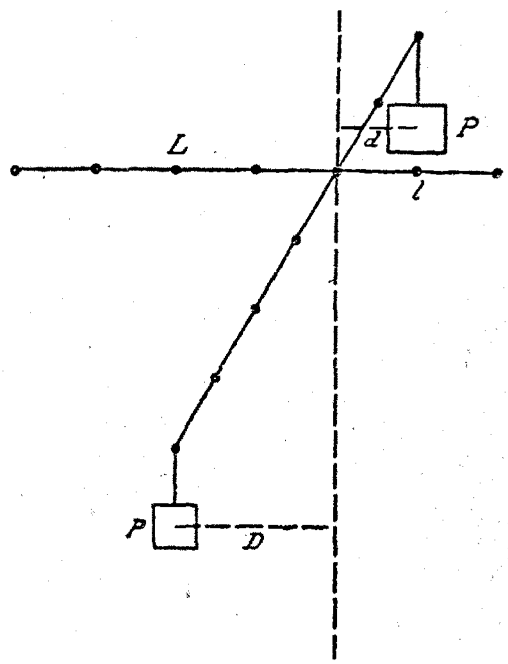


Fig. 36.

fut explicitement formulée qu'à la fin du moyen âge ; elle équivaut dans la position horizontale à la relation $Pl = pL$; c'est elle qui a instinctivement guidé Archimède.

Celui-ci, comme nous l'avons vu, par souci de clarté, borna ses recherches théoriques à la statique, c'est-à-dire à une classe très spéciale de phénomènes, et c'est pourquoi sa méthode fut au cours des siècles moins féconde que les vues dynamiques d'Aristote.

Au premier abord l'on peut s'étonner qu'Archimède, après avoir inventé ou perfectionné tant de machines balistiques, n'ait point tenté d'en étudier la théorie. Cette abstention s'explique, pensons-nous, par les difficultés logiques que soulève la notion de mouvement. Les arguments de Zénon d'Elée sur ce point ont produit dans la pensée antique un malaise qui ne fut jamais dissipé.

En particulier l'espace dans lequel un corps se meut est immobile. Comment alors comprendre le rapport d'une réalité mobile avec ce qui est immobile ? Voyez la flèche qui vole. Elle suit une ligne immobile qui est sa trajectoire et elle doit à chaque instant coïncider avec une portion de cette trajectoire, puisqu'elle la parcourt. Or elle ne peut le faire, sans s'immobiliser elle-même, pendant un instant, si court soit-il. Donc son mouvement total est une somme d'immobilités.

Il ne parut pas aux géomètres grecs que l'on put éviter les objections soulevées par Zénon et c'est là peut-être la raison profonde qui a empêché Archimède de chercher à jeter les fondements d'une dynamique rationnelle.

§ 4. — Développements ultérieurs

L'on se tromperait du reste si l'on considérait comme des œuvres isolées en leur genre les travaux d'Aristote et d'Archimède (1). La statique d'Archimède surtout, par ses analyses subtiles, par ses solutions merveilleusement habiles dont l'intérêt échappe au vulgaire, témoigne d'une science déjà raffinée et ne ressemble nullement aux hésitations d'une science naissante.

(1) *11* DUHEM, *Origines* II, p. 280 et sq.

L'histoire confirme du reste cette supposition, puisqu'elle permet de placer antérieurement à Archimède « les problèmes mécaniques » que la tradition attribue faussement peut-être à Aristote et qui énoncent avec une précision remarquable la composition des mouvements selon le parallélogramme des forces. Si cet ouvrage n'est pas d'Aristote, son inspiration nettement péripatéticienne le signale comme étant dû à l'un de ses disciples immédiats (1).

Une autre tradition conservée par les Arabes attribue à Euclide divers traités sur le levier, les corps graves et légers. Ces ouvrages ne sont peut-être pas d'Euclide ; mais ils ont été écrits certainement par l'un de ses contemporains ; car, tout en s'inspirant de la dynamique péripatéticienne, ils utilisent une méthode axiomatique analogue à celle des Eléments, mais beaucoup moins affinée que celle d'Archimède (2).

Si ce dernier a eu des précurseurs, il a eu assurément dans l'antiquité des continuateurs. La science byzantine et alexandrine a poursuivi les voies diverses qu'il avait ouvertes. L'art de l'ingénieur qu'il avait porté à un si haut degré inspire, comme nous l'avons vu, les tentatives de Ctésibios, de Philon de Byzance et de Héron d'Alexandrie. Pappus, au contraire, s'efforce dans le domaine théorique d'égaler les démonstrations du grand syracusain. Seul de tous les géomètres de l'antiquité il s'attaque au problème du plan incliné, sans parvenir du reste à le résoudre correctement (*Pappus*, édit. Hultsch, p. 1032 à 1033) (3). Par contre il découvre les deux théorèmes suivants qui portent souvent son nom, mais que l'on appelle aussi les théorèmes de Guldin (idem, p. 682), à savoir :

I Le volume engendré par la révolution d'une surface limitée par une courbe tournant autour d'un axe, est égal au produit de l'aire de la surface par la circonférence ou

(1) *11* Duhem, *Origines* I, p. 108.
(2) Id., p. 67.
(3) *11* Duhem, *Origines* I, p. 144.

par l'arc de circonférence décrite par son centre de gravité. La surface engendrée par une courbe tournant autour d'un axe est égale au produit du périmètre de la courbe par la circonférence ou par la portion de circonférence décrite par son centre de gravité.

Enfin les bases mêmes qu'Aristote avait assignées à la mécanique sont critiquées par Jean Philopon dit le grammairien ou le chrétien, parce qu'ayant professé tout d'abord le néo-platonisme alexandrin, il se convertit au christianisme vers l'an 520 ap. J.-C. Dans ses *Commentaires aux cinq derniers livres de la Physique d'Aristote* Philopon conteste les arguments de ce dernier contre l'existence du vide, car « alors que le milieu est plein, qu'il met obstacle aux mouvements des corps, qui pour se mouvoir sont obligés de le diviser, ces corps sont tout de même mis en mouvement. Si donc le milieu était vide, qu'est-ce qui empêcherait de lancer une flèche, une pierre ou quelque autre chose, du moment qu'il y a l'instrument de jet, le projectile et l'espace ? » (1). Ainsi l'air ne fait qu'entraver le mouvement d'un projectile, bien loin de l'entretenir.

Les Arabes se bornent à recevoir et à commenter les écrits mécaniques que l'antiquité leur lègue. Le moyen âge occidental fut plus hardi. Les quelques débris qu'il reçoit de Byzance et de la science islamique suffisent à éveiller son attention et à féconder son intelligence. Dès le XIIIe siècle, peut-être même avant, l'Ecole de Jordanus ouvre des voies que l'antiquité n'avait point connues. Jordanus de Nemore dont nous ignorons le nom véritable et la nationalité découvre la loi suivante : Si une force peut élever un certain poids à une certaine hauteur, elle pourra élever un poids n fois plus grand à une hauteur n fois plus petite.

Un autre savant à mentionner, c'est celui que P. Duhem appelle le précurseur de Léonard de Vinci. Nous ne savons rien de lui, sinon qu'il vécut après Jordanus et que ce fut

(1) Cité d'après *13* Duhem, *Système* I, p. 383.

un homme génial. S'inspirant de la loi découverte par Jordanus, il sut découvrir la loi d'équilibre du levier coudé, la notion de moment et donner du problème du plan incliné une solution que Stevin devait retrouver au XVIe siècle.

On le voit, si les Grecs se sont montrés ingénieux dans le domaine des applications techniques, ils n'ont pas pu, sauf dans certains cas spéciaux, expliquer les phénomènes physiques et mécaniques en conformité avec leur idéal de science.

CHAPITRE IV

Les sciences chimiques et naturelles

§ 1. — La chimie

Dans les sciences que nous avons examinées jusqu'à présent, les observations et la pratique ont guidé jusqu'à un certain point la théorie. Il n'en va plus de même en ce qui concerne la chimie. Ici les doctrines s'apparentent étroitement à la métaphysique et sont sans grande influence sur les procédés techniques.

Les premiers tâtonnements de la technique chimique sont très anciens. Ils paraissent remonter à l'époque préhistorique, au moment où pour la première fois l'on fit usage de métaux pour fabriquer des armes et où l'on s'aperçut que certains alliages étaient avantageux.

Parmi ces alliages celui de l'étain et du cuivre fut surtout important. Dès l'antiquité la plus reculée nous constatons que l'Egypte fut un centre important pour le marché de l'étain, marché approvisionné plus tard par le commerce des Phéniciens (1).

D'autres métaux furent ensuite découverts et combinés. En Egypte la manière de les traiter se conservait par tradition, sous forme de recettes brèves et probablement mystérieuses dont les prêtres devaient garder jalousement le secret. Quel-

(1) M. Delacre, *Histoire de la Chimie*, Gauthier-Villars, Paris, 1920, p. 16. — J. de Morgan, *L'Humanité préhistorique*, Renaissance du Livre, Paris, 1921, p. 119.

ques signes hiéroglyphiques, complétés par des instructions orales, suffisaient pour assurer la transmission des procédés de fabrication.

En ce qui concerne les Grecs, voici à peu près quelle était la somme de leurs connaissances pratiques. « Ils savaient préparer certains sels de cuivre, de potasse, de soude, rendre les tissus incombustibles, traiter les minerais. Quelques substances, comme l'alun, servaient à peu près aux mêmes usages qu'aujourd'hui. La fabrication des couleurs, qui suppose des réactions chimiques, était fort avancée dès l'époque des grands peintres grecs. Mais c'est surtout à préparer des poisons que l'antiquité excella. L'imperfection de la science d'alors fit que l'on donna souvent le même nom à des corps très différents. Ainsi χαλκός désignait soit le cuivre, soit ses divers alliages avec l'étain, le zinc, le plomb ou d'autres métaux » (1).

Quant aux Romains ils se bornent à pratiquer, mais sans la développer, la science qu'ils reçoivent de la Grèce et de l'Egypte.

Bien que très ancienne la chimie ne donne qu'assez tardivement naissance à des publications systématiques. En effet c'est à l'époque alexandrine, sous les Ptolémées, que paraît pour la première fois un ouvrage résumant les connaissances métallurgiques et chimiques connues à cette époque. Cet ouvrage fut publié sous le nom de Démocrite; mais son auteur est en réalité un certain Bolos qui vivait aux environs de 250 à 200 av. J.-C. Sous son inspiration on voit surgir une série d'écrits dont le plus important est intitulé *Physique et Mystique de Démocrite* et qui en quatre livres traite de l'or, de l'argent, des perles et pierres précieuses et enfin de la fabrication de la pourpre. C'est probablement aussi à cette époque qu'il faut faire remonter les premiers traités alchimistes et hermétiques (2).

(1) L. LAURAND, *Les Sciences dans l'antiquité*, Picard, Paris, 1923, p. 29. — Pour la terminologie des minéraux et de leur composition, voir *1* BERTHELOT, *Introduction*, p. 228-268.
(2) *10* DIELS, *Antike*, p. 113.

Malheureusement nous ne possédons que les fragments de toute cette littérature. Ceux-ci suffisent toutefois pour nous apprendre que l'idée de la transmutation des éléments était déjà courante comme aussi la croyance qu'une substance unique est à la base de tous les corps matériels.

Mais les manuscrits de beaucoup les plus importants, relatifs à la chimie, ont été découverts en Egypte, dans un tombeau, il y a bientôt un siècle. L'un s'appelle le papyrus de Leyde, l'autre est le papyrus Holmiensis (1). Ils furent écrits au IIIe siècle ap. J.-C.; mais leur texte est beaucoup plus ancien et reproduit en grande partie la *Physique et mystique de Démocrite* que nous avons mentionnée ci-dessus. Il est probable que le possesseur de ces manuscrits avait demandé qu'on les enterrât avec lui au moment de sa mort pour éviter des ennuis à ses héritiers ; car Dioclétien, par crainte des faux monnayeurs, faisait brûler tous les livres qui traitaient de l'art de fabriquer l'or, l'argent et les pierres précieuses.

Les papyrus Leidensis et Holmiensis ont une grande importance, surtout parce qu'ils donnent des recettes précises et détaillées sur le traitement des métaux et la façon d'obtenir certains alliages (entre autres l'asem), sur la manière aussi de faire de fausses perles et d'imiter les rubis et les topazes. A ces recettes s'ajoutent des prescriptions magiques et astrologiques, car les opérations métallurgiques peuvent être favorisées par la conjonction des astres et des planètes. « A chaque astre une matière est assignée. Au soleil, l'or; à la Lune, l'argent; à Mars, le fer ; à Saturne, le plomb ; à Jupiter, l'électrum; à Hermès, l'étain; à Vénus, le cuivre » (2).

C'est au IVe siècle après J.-C. que pour la première fois apparaissent les termes d'Alchimie et de Chimie. Pendant longtemps on en a attribué la paternité à l'astrologue Firmicus Maternus ; mais en réalité ces termes furent introduits

(1) Sur l'histoire de ces papyrus, voir : *1* BERTHELOT, *Introduction*, p. 4 et sq. et *10* DIELS, *Antike*, p. 118.
(2) *1* BERTHELOT, *Introduction*, p. 77.

par le fameux Zozime de Panopolis qui vivait à peu près à la même époque que Firmicus Maternus (336 ap. J.-C.). Zozime fait dériver Chimie du nom du prophète juif Chémès ; selon Diels il est plus vraisemblable que le mot de Chimie ou mieux Chymie vient du terme grec χύμα (fusion) (1).

Ce même Zozime fait remonter l'art de la chimie à l'époque où d'après le récit de la Genèse (ch. VI), développé ensuite dans le livre d'Hénoch, les fils des dieux épousèrent avant le déluge les filles des hommes. Pour les séduire, l'un d'entre eux, l'ange Asasel leur révèle les secrets des plantes qui guérissent et la beauté des bijoux fabriqués. De là le caractère diabolique de la Chimie. ,

Les écrits de Zosime renferment sans doute des indications précieuses sur le traitement et l'alliage des métaux, sur la fabrication des pierres précieuses; ils décrivent même des procédés de distillation intéressants ; mais ils sont encombrés de considérations gnostiques et magiques qui se maintiendront au cours des siècles ; celles-ci donneront à l'alchimie le caractère d'une science occulte, redoutée des profanes, parce que les secrets en appartiennent aux démons beaucoup plus encore qu'à Dieu.

Toutefois au travers de ces rêveries mystiques des idées d'une nature philosophique et même scientifique dirigèrent les recherches des Alchimistes.

Comme nous l'avons vu, dès l'aurore de la philosophie grecque les Ioniens admettent que la matière est une dans son essence, mais qu'elle peut revêtir des formes diverses.

Un siècle plus tard Empédocle conçoit l'existence de deux milieux impondérables, doués, l'un, du pouvoir d'attraction, l'autre, du pouvoir de dissociation. Ces deux milieux agissent constamment sur les quatre éléments constitutifs de la matière, à savoir l'eau, la terre, l'air et le feu. Ils les unissent et les désagrègent sans cesse et c'est ainsi qu'évoluent les mondes et les phénomènes.

(1) *10* Diels, *Antike*, p. 110.

A peu près à la même époque Démocrite postule hardiment le vide et jette les bases de la théorie atomique. Les corps se composent d'atomes matériels qui diffèrent simplement les uns des autres par leur grandeur, leur forme et leur poids. Ces atomes en se combinant et en se désagrégeant produisent les phénomènes sensibles.

Platon combine jusqu'à un certain point les idées d'Empédocle et celles de Démocrite. D'après lui les êtres mathématiques constituent la base intelligible du monde que le Démiurge (1) désire créer ; mais ce monde pour devenir tangible et visible a besoin d'être réalisé sous forme de terre et de feu. D'autre part, comme la terre et le feu ne peuvent entrer directement en rapport l'un avec l'autre, il faut les unir au moyen de l'eau et de l'air dans les proportions suivantes (1) :

$$\frac{\text{feu}}{\text{air}} = \frac{\text{air}}{\text{eau}} = \frac{\text{eau}}{\text{terre}}.$$

En outre, pour que des combinaisons puissent avoir lieu entre ces éléments constitutifs de l'univers, il faut que ceux-ci revêtent la forme de polyèdres réguliers ; l'élément-terre sera donc un cube, l'élément-eau un octaèdre, l'élément-air un icosaèdre et l'élément-feu un tétraèdre. D'autre part, comme il existe un cinquième polyèdre régulier le dodécaèdre pentagonal Platon en déduit qu'il doit exister aussi un cinquième élément, à savoir l'éther.

Les idées de Platon et surtout celles de Démocrite se rapprochent à beaucoup d'égard des conceptions de la chimie moderne. Cependant elles n'eurent qu'une influence minime sur le développement de la science, et s'il en est ainsi, c'est qu'elles échappaient aux procédés de vérification expérimentale qui furent utilisés jusqu'à la fin du XVIII^e siècle.

Dans ce domaine encore les conceptions d'Aristote, qui furent reconnues fausses par la suite, ont exercé une action autrement importante.

(1) *13* DUHEM, *Système* I, p. 30 et sq.

(1) – Nom que les platoniciens donnent au Dieu créateur.

Aristote commence par opposer la matière et la forme.

La matière première n'est ni feu, ni air, ni eau, ni terre ; mais elle est capable de devenir tous ces corps. En même temps elle revêt certaines formes fondamentales qui sont irréductibles les unes aux autres au point de vue qualitatif (blanc et noir, froid et chaud, etc.) ; un même corps peut du reste recevoir successivement ces formes.

La tâche de la physique, et par conséquent de la chimie, c'est de déterminer en premier lieu toutes les formes irréductibles qui existent dans la nature, puis d'étudier les lois par lesquelles un même corps peut revêtir successivement tout ou partie de ces formes.

Or l'expérience nous montre que les propriétés suivantes conviennent seules à tous les corps, à savoir le chaud et le froid, le sec et l'humide. Ce sont donc ces propriétés qui constituent les formes irréductibles. En les combinant de toutes les manières possibles on obtient six couples dont deux, le sec-humide et le froid-chaud, doivent être éliminés comme contradictoires.

Les quatre couples qui restent sont alors représentés par les corps suivants (1) :

froid-humide	eau
froid-sec	terre
humide-chaud	air
sec-chaud	feu

Cette conception d'Aristote se prête mal à des considérations mathématiques, à une figuration géométrique en particulier ; mais elle semble tenir compte des données immédiates de la réalité. Aussi fut-elle adoptée au moyen âge par les savants arabes.

Ces derniers toutefois furent peu à peu amenés à modifier la classification d'Aristote qui ne tient pas compte de l'importance exceptionnelle des métaux. Selon eux le mercure

(1) W. Ostwald, *L'Evolution d'une science, la Chimie*, Flammarion, Paris, 1909, p. 6.

symbolise le métal et doit se retrouver à la base de tous les métaux. Le soufre constitue une autre propriété capitale, la combustibilité ; la terre représente les minéraux non-métalliques, le sel la solubilité dans l'eau et l'action dissolvante sur d'autres corps.

Il s'agit là du reste d'éléments idéaux à découvrir, et non pas du mercure, du soufre, de la terre et du sel, tels que nous les connaissons directement par les sens.

Ces éléments une fois découverts permettraient d'effectuer la transmutation des corps, c'est-à-dire le transfert d'une propriété, d'un corps à un autre. Il serait possible en particulier de transmuer en or un métal quelconque. Seulement la transmutation doit s'effectuer dans un certain ordre.

De même qu'aux yeux de la chimie moderne un élément a de l'affinité pour certains éléments déterminés, de même les alchimistes estiment que, si tout corps peut être transmué en un autre, il ne peut l'être que suivant un ordre invariable. Si F par exemple représente le fer et O l'or, il faut pour transmuer F en O communiquer à F la propriété G, puis au moyen de G la propriété H et ainsi de suite jusqu'à O. Si l'on omet l'un des chaînons, la transmutation n'aura pas lieu. De là le fameux symbole du serpent qui se mord la queue.

Cette recherche de l'ordre circulaire caractéristique du transfert des propriétés des corps ne devait pas aboutir ; mais elle eut pour résultat de perfectionner la métallurgie, la fabrication du verre et les remèdes employés en médecine; elle découvrit au moyen de la distillation plusieurs essences ou esprits tels que l'essence de térébenthine.

L'histoire de la chimie présente un caractère singulier. Dès le v^e siècle av. J.-C. Démocrite en avait posé les bases théoriques. Celles-ci ne furent cependant confirmées qu'après les travaux de Lavoisier à la fin du XVIII^e siècle. Jusqu'alors les recherches pratiques s'inspirèrent de conceptions, erronées sans doute, mais plus en accord, semblait-il, avec les données immédiates de l'expérience.

§ 2. — Les sciences médicales et naturelles

Nous avons exposé dans la première partie de cet ouvrage le développement progressif de la science médicale et noté les remarquables découvertes qui lui étaient dues. Il nous suffit ici de rappeler en quelques mots l'esprit et les méthodes qui caractérisent ces découvertes.

De même que les peuplades primitives, les Egyptiens et les Chaldéens considéraient la maladie soit comme une punition envoyée par la Divinité, soit comme l'œuvre de démons malfaisants, soit encore comme la conséquence de sortilèges accomplis par un homme. Dans tous ces cas la maladie a pour agent un esprit qui s'incruste dans le corps et en désorganise les tissus.

Pour obtenir la guérison il faut alors l'intervention aussi bien du prêtre que du médecin. Le premier doit apaiser la Divinité par des sacrifices et par des prières. Quant au second sa tâche est double. Il doit chasser l'esprit qui est cause de la maladie, d'une part par des exorcismes et par des incantations, de l'autre par des médicaments que cet esprit redoute et qui en même temps reconstituent les tissus du patient. Le choix de ces médicaments est déterminé le plus souvent beaucoup plus par une association fantaisiste d'idées que par une expérience spécifique. « L'eufraise passait pour guérir les maux d'yeux parce que sa corolle porte une tache noire qui fait songer à la pupille, tandis que la couleur rouge de l'hématite paraissait la désigner pour arrêter l'hémorragie. Pour empêcher les cheveux de blanchir, il fallait, à en croire les Egyptiens, recourir au sang d'animaux noirs, et aujourd'hui encore, en Styrie, comme autrefois en Inde, en Grèce et en Italie, la jaunisse est exilée dans le corps d'oiseaux jaunes » (1).

La médecine grecque se place d'emblée sur un autre ter-

(1) *14* Gomperz, *Penseurs* I, p. 294.

rain. L'Iliade, lorsqu'elle parle des soins donnés aux blessés, ne fait aucune mention de pratiques superstitieuses. Les blessures doivent être pansées avec des baumes spéciaux et les guerriers ranimés au moyen de vin, associé à de l'orge et du fromage.

Sans doute il y eut en Grèce à côté de la médecine laïque et scientifique un art médical pratiqué par les prêtres et par les thaumaturges, art dans lequel les incantations jouent un rôle prépondérant.

Mais ce fait n'empêche pas la médecine laïque de s'orienter tout différemment. En accord avec l'idéal scientifique entrevu par les penseurs grecs, celle-ci considère que toute maladie, y compris l'épilepsie, doit avoir pour origine une cause naturelle.

Cela étant il s'agit tout d'abord de connaître la structure exacte du corps humain et c'est à quoi l'anatomie grecque s'est appliquée avec un rare bonheur, surtout durant la période alexandrine.

Dans l'étude et le traitement des maladies la médecine grecque témoigne d'une maîtrise non moins remarquable. La santé du corps réside à ses yeux dans un équilibre qui est entretenu par la nourriture absorbée et par les exercices. « La condition fondamentale de la santé est d'observer une juste proportion entre le travail et la nourriture, en tenant compte de la constitution de l'individu, des différences d'âges, de saisons, de climats, etc. L'homme serait à l'abri de toutes les maladies si un de ces facteurs, la constitution individuelle, pouvait être déterminé par le médecin avant qu'elles se déclarassent » (1).

On sait comment par sa théorie humorale Hippocrate tenta de définir les conditions d'équilibre et de déséquilibre qui constituent la santé et la maladie.

Quelles que soient du reste les explications proposées, la médecine grecque se défie en général des vues philosophiques que l'expérience ne permet pas de contrôler directement.

(1) *14* GOMPERZ, *Penseurs* I, p. 304.

Elle ne reçoit que les hypothèses fondées sur les faits et vérifiées par ces derniers. Elle a un sens très aigu des caractères à la fois individuels et généraux que présentent les maladies. C'est pourquoi elle est parvenue à noter les symptômes et le processus de la plupart d'entre elles avec une remarquable exactitude et à en déterminer les causes comme aussi les remèdes.

L'art chirurgical fut également pratiqué d'une façon systématique et poussé à un haut degré de perfection grâce à un outillage très bien compris, ainsi qu'en témoignent les instruments de chirurgie retrouvés à Pompéi (1).

Quant aux sciences naturelles, ce furent Aristote et ses disciples qui eurent le mérite d'en poser les bases scientifiques. On disait autrefois qu'Aristote avait tiré la zoologie du néant. Mais, comme le remarque Gomperz, c'est lui faire à la fois trop et trop peu d'honneur, car c'est lui attribuer une œuvre presque surhumaine en même temps qu'une foule d'erreurs dont il n'est pas responsable (2). Aristote a eu des devanciers parmi les philosophes et surtout parmi les médecins dont il cite souvent les opinions, soit pour les approuver, soit pour les condamner. Toutefois, s'il a bénéficié du travail de ses prédécesseurs, il a surtout utilisé les observations qu'il était à même de faire et les renseignements qu'il glanait méthodiquement.

Dans les trois grands ouvrages qu'il publie (*Histoire des animaux ; Parties des animaux ; Naissance des animaux*) il interprète les faits observés selon des vues finalistes et en considérant les causes mécaniques comme étant au service des causes finales. La vie de la nature se partage pour lui en deux sphères dans l'une desquelles règne la nécessité, tandis que l'autre est régie par des tendances et par la finalité (*De gener. anim.*, 789 b) (2).

(1) *10* Diels, *Antike*, p. 23.
(2) *14* Gomperz, *Penseurs* III, p. 150. — F. Houssay, *Nature et Sciences naturelles*, Flammarion, Paris, p. 62. — *23 bis* Robin, *La pensée grecque*, p. 351 et sq.

La vie est un mouvement. Or tout mouvement suppose et une forme qui meut et une matière qui est mue. La forme est l'âme ; la matière est le corps. L'âme est la force permanente qui meut le corps et en détermine la structure. Mais comme la forme ne triomphe que peu à peu de la résistance de la matière, la vie psychique comporte essentiellement trois degrés : la nutrivité, la sensibilité et l'intelligence (1).

Ces bases posées, Aristote explique la structure anatomique et la constitution des êtres vivants en ayant recours, conformément à sa doctrine, à des causes finales. Ce genre d'explication offre des dangers qu'Aristote n'a pas toujours su éviter. C'est ainsi qu'il attribue la calvitie à la froideur du cerveau, la timidité de certains animaux à la grosseur de leur cœur. Mais en général les principes téléologiques l'ont conduit à d'heureux résultats.

En ce qui concerne la classification des animaux, Aristote a eu tout d'abord le grand mérite de rompre avec la division dichotomique, préconisée par Platon et basée exclusivement sur la présence ou l'absence de tel caractère (ailé et non ailé par exemple) (2). D'après ce procédé de division un genre se compose *à priori* de deux sous-genres qui à leur tour se divisent chacun, en deux, et ainsi de suite. Une classification de ce genre n'est pas organique, car elle sépare violemment des êtres qui en réalité sont étroitement unis, par exemple, les fourmis ailées (sexuées) de celles qui ne le sont pas (ouvrières), la luciole mâle, qui a des ailes, de sa femelle qui n'en a pas.

Aristote estime de plus que les caractères anatomiques dans la classification doivent l'emporter sur les caractères physiologiques qui dépendent du genre de vie et de l'adaptation. Il excelle à découvrir les corrélations organiques et les dépendances réciproques. Il montre comment l'ablation d'un petit organe peut amener une transformation dans le

(1) E. Boutroux, *Etudes d'histoire de la philosophie*, Alcan, Paris, 1897, p. 155.
(2) *14* Gomperz, *Penseurs* III, p. 163.

 (1)

corps entier ; comment, par exemple, chez les castrats il y a passage de la nature masculine à la nature féminine. Il formule déjà la loi du balancement des organes. « Partout la nature remet à une partie ce qu'elle enlève à une autre... Elle ne peut pas faire la même dépense de deux côtés... Il lui est impossible de dépenser la même matière en plusieurs endroits à la fois » (*De gener. anim.*, 750 a 3) (1).

Aristote affirme enfin la subordination, la hiérarchie des êtres dans l'échelle animale. L'individualité organique est d'autant plus forte que l'on passe des êtres inférieurs aux êtres supérieurs. Seulement pour Aristote cette hiérarchie n'est pas le fruit d'une évolution progressive et continue, comme le soutiendront Lamark et Darwin. Elle est de tout temps ce qu'elle est, puisque des espèces, même très voisines, ne peuvent s'accoupler d'une façon féconde et durable.

Aux généralisations anatomiques se rattachent les généralisations physiologiques dont Alcméon, Empédocle et les Hippocratiques avaient déjà donné l'exemple. Dans ce domaine Aristote établit d'une façon très nette la distinction moderne qui est faite entre les organes et les tissus. Partant de là, il découvre des analogies remarquables parmi les tissus, entre les poils, les plumes et les piquants des hérissons et dans le domaine des organes, entre les bras de l'homme et les ailes des oiseaux, entre les mains de l'homme et les pinces des écrevisses ou la trompe de l'éléphant.

En ce qui concerne l'assimilation de la nourriture par le corps, Aristote conserve l'idée suivant laquelle les aliments sont cuits par l'estomac et se transforment selon leur degré de cuisson en phlegme ou en sang.

Dans le domaine de l'embryologie il a enfin ouvert plusieurs voies nouvelles et fécondes et ses observations sur les cas tératologiques n'ont pas perdu de leur intérêt.

Quant aux disciples et successeurs d'Aristote, s'ils ont étendu le champ des découvertes faites par leur maître, ils

(1) Cité d'après 14 Gomperz, *Penseurs* III, p. 168.

(1) Chez qui on a enlevé un organe essentiel à la génération

n'ont pas ajouté aux principes et aux méthodes qui l'avaient guidé. Toutefois, en ce qui concerne les végétaux Théophraste distingue les cotylédons (feuilles nourricières déjà contenues dans la graine) des feuilles ordinaires qui se produisent sur la tige; il reconnaît la différence de structure interne qui existe entre les palmiers et les autres arbres. Phanias sépare les plantes sans fleurs telles que les fougères, les mousses et les champignons, des plantes portant des fleurs; et c'est seulement dix-huit siècles plus tard que l'on reviendra sur cette importante considération (1).

(1) G. Bonnier, *Le monde végétal*, Flammarion, Paris, 1907, p. 38.

CONCLUSION

Fille préférée de Zeus, déesse de la sagesse inspirant la guerre, les sciences et les arts, Pallas Athéné fut entre toutes les divinités honorée et respectée par les Athéniens; le temple du Parthénon qui sur l'Acropole lui fut consacré symbolise, de nos jours encore, le génie du peuple grec dans ce qu'il a de plus pur. On se souvient de l'admirable prière que la vue de cet édifice inspira un jour à Renan « O noblesse, ô beauté simple et vraie, déesse dont le culte signifie raison et sagesse, toi dont le temple est une leçon éternelle de conscience et de sincérité, j'arrive tard au seuil de tes mystères; j'apporte à ton autel beaucoup de remords. Pour te trouver, il m'a fallu des recherches infinies. L'initiation que tu conférais à l'Athénien naissant par un sourire, je l'ai conquise à force de réflexions, au prix de longs efforts ».

Cet hommage rendu à la déesse tutélaire d'Athènes exprime en termes émouvants le respect et la gratitude qu'inspire le formidable labeur de civilisation accompli par la Grèce antique. Quelques siècles à peine ont suffi à cette dernière, non seulement pour réaliser une architecture et une statuaire incomparables, mais aussi pour créer tous les genres littéraires connus et pour jeter les bases éternelles de la plupart des sciences. Et, semble-t-il, c'est presque sans effort et sans tâtonnements que ces conquêtes furent faites, en vertu, comme le dit Renan, d'une initiation spontanée accordée par la raison à chaque Grec dès sa naissance. Comment en particulier la Grèce ancienne est-elle parvenue à rompre des habitudes d'esprit millénaires et à concevoir dans la réalité des liaisons d'un caractère scientifique ?

Comparée aux connaissances empiriques et fragmentaires que les peuples de l'Orient avaient recueillies avec effort et durant de longs siècles, la science grecque constitue un véritable miracle. Avec elle l'esprit humain conçoit pour la première fois la possibilité d'établir un nombre restreint de principes et d'en déduire un ensemble de vérités qui en sont la conséquence rigoureuse.

Par delà les données fuyantes de la sensation les Grecs ont cherché un ensemble de liaisons qui s'imposent à l'esprit comme fondées en fait et en droit. Ils ont, les premiers, mis en lumière les articulations de la pensée et du langage et marqué une différence entre le raisonnement et les données sur lesquelles celui-ci s'appuie.

Ce travail commencé par Parménide et par les sophistes fut poursuivi par Socrate et Platon, pour être achevé par Aristote. Parménide en effet entrevoit un domaine de la vérité que l'opinion ne peut ébranler ; les sophistes jettent les bases de la grammaire; Socrate établit le rapport qui existe entre l'idée générale et les idées particulières que celle-ci renferme. Platon distingue dans l'activité de la pensée deux procédés dialectiques, l'un qui va des hypothèses aux conséquences, l'autre qui des hypothèses remonte jusqu'aux principes qui les justifient. Aristote enfin coordonne dans l'imposant édifice de sa logique les résultats obtenus jusqu'à lui. Dans aucune autre civilisation et chez aucun autre peuple nous ne trouvons une semblable analyse, systématique et rationnelle, de la pensée humaine.

Grâce à cette analyse les Grecs furent conduits à envisager dans toute science une matière et une forme. La première varie avec l'objet, propre à chaque science ; la deuxième se retrouve dans tout système de connaissances raisonnées.

Par la forme une conséquence est rattachée à son principe d'une façon nécessaire, de même qu'un fait particulier à sa cause.

Quant à leur matière les objets de la science peuvent être classés en deux groupes, suivant qu'ils relèvent directement ou non de l'observation sensible.

Lorsque l'objet ne relève pas directement de la sensation, comme c'est le cas des êtres mathématiques, la science peut se constituer rigoureusement grâce à un ensemble de notions premières dont on tire les conséquences au moyen d'une déduction raisonnée. Il faut pour cela que ces notions premières soient aussi logiques et peu nombreuses que possible. L'esprit est alors maître aussi bien de la matière que de la forme de la science, puisque celle-là ne renferme aucun élément étranger à la raison.

Les sciences qui reposent sur l'observation sensible présentent de même que les mathématiques une opposition entre la forme et la matière, entre un ensemble de données et une suite de raisonnements établis sur ces données. Mais ici la matière est fournie par les éléments individuels que nous révèle la sensation et qui peuvent être groupés suivant le genre, l'espèce, etc. auxquels ils appartiennent. Pour établir cette classification il faut avoir d'abord recours à des raisonnements analogiques fondés sur l'observation ; mais, une fois les classements opérés, un syllogisme déductif permet d'assigner à chaque chose sa place dans l'univers.

Pour les Grecs il n'y a donc pas opposition radicale entre le syllogisme inductif et le syllogisme déductif. Lorsque possédant la science nous raisonnons par déduction, nous reproduisons l'ordre de la nature qui crée les individus en fonction du genre et de l'espèce auxquels ils sont apparentés. Mais en fait et pour acquérir la science nous devons partir d'observations particulières et avoir recours au syllogisme inductif. « L'homme, le cheval, le mulet vivent longtemps. Or l'homme, le cheval, le mulet sont des animaux sans fiel. Donc les animaux sans fiel vivent longtemps ».

L'opposition qui dans les temps modernes a été marquée entre l'induction et la déduction n'est pas fondée en nature pour l'aristotélisme. L'unité des deux perspectives qui, du point de vue de la réflexion critique, paraissent incompatibles est assurée chez Aristote, par le renversement entre l'ordre de la connaissance progressivement acquise et l'ordre de l'être « entre l'ordre pour nous et l'ordre en soi ». Suivant une formule remarquable de l'Ethique à Nicomaque (1112 b 23) : « Τὸ ἔσχατον ἐν τῇ ἀναλύσει, πρῶτον ἐν τῇ γενέσει » (1).

Les sciences qui reposent sur l'observation sensible ont ainsi pour objet de découvrir la classification et les hiérarchies naturelles des phénomènes les uns par rapport aux autres. Elles ont pour tâche essentielle de grouper extensivement et compréhensivement les concepts auxquels ces phénomènes répondent. La causalité physique qui justifie ce groupement est imprégnée de finalité et ne saurait comporter des relations quantitatives absolues, sauf rares exceptions.

Il y a donc pour les Grecs un fossé entre les sciences mathématiques et les sciences physiques ou naturelles et nous ne croyons pas qu'à leurs yeux ce fossé pût jamais être comblé. Voici pourquoi, semble-t-il.

Les sciences dont les données sont fournies exclusivement par la sensation ont pour objet des corps qui, les astres exceptés, sont soumis à la naissance, à la mort et à des mouvements forcés. Ces corps en outre obéissent à une causalité qui déploie ses effets dans le temps en vertu d'une finalité inhérente à la nature. En tant qu'individus ils ne réalisent jamais que d'une façon imparfaite la forme vers laquelle ils aspirent. Entre la forme et la matière il ne peut par conséquent exister un rapport adéquat, mathématiquement mesurable, et du point de vue logique des obscurités subsistent. La nature sans doute tend à être pénétrée de rationnalité ; mais cette pénétration n'est jamais absolue à cause de la résistance que la matière oppose à la forme et c'est pourquoi

(1) L. Brunschwicg, *Expérience humaine et causalité*, p. 157.

les êtres individuels ne sont jamais que des exemplaires imparfaits de celle-ci.

Les relations numériques et spatiales, telles que l'arithmétique et la géométrie les conçoivent, présentent un tout autre caractère, car ce sont des relations éternelles, indépendantes du temps, du lieu physique et des circonstances. Si même, comme le pensait Aristote, les êtres mathématiques ont été dégagés peu à peu et par abstraction du monde sensible, ils se présentent, une fois obtenus par ce procédé, sous une forme parfaite et immuable. Cela étant, les individus mathématiques reproduisent exactement le genre et l'espèce dont ils font partie. Tout triangle isocèle, qu'il soit petit ou grand, possède au complet et parfaitement les propriétés du triangle isocèle, en ce sens qu'ayant deux côtés égaux il a forcément deux angles égaux. Il n'y a pas de progrès à réaliser dans le temps pour que les êtres mathématiques atteignent leur forme parfaite. La relation abstraite qui les constitue est éternelle, ou plutôt c'est une relation intemporelle de principes à conséquences, dans laquelle causalité efficiente et causalité finale se trouvent fondues par un acte indivisible de l'esprit.

Ce fait conditionne la nature des notions et de la démonstration mathématiques dans le cadre suivant :

Les propositions premières (axiomes, définitions, postulats) doivent éviter de faire appel aux notions obscures de l'intuition sensible telles que la divisibilité dichotomique indéfinie et le rapport du mouvement à l'espace.

Il faut d'autre part dans la démonstration géométrique utiliser surtout des procédés statiques et considérer comme étrangères à la science pure les constructions qui résultent de la rencontre de deux lignes en mouvement.

De même en matière d'intégration le passage à la limite ne peut être directement effectué. Il faut se borner à montrer qu'une aire curviligne est comprise entre deux aires rectilignes dont les surfaces diffèrent d'une quantité aussi petite que l'on veut. Un cercle, par exemple, est compris entre la surface croissante d'un polygone inscrit et la surface décroissante d'un polygone circonscrit.

Etant donné leur caractère les sciences mathématiques seules peuvent réaliser le type de la science axiomatique rêvé par les Grecs, à savoir un ensemble de principes qui satisfont à la logique et dont les conséquences rigoureuses sont assurées par une déduction raisonnée.

Aussi les sciences physiques et astronomiques dans la mesure où elles ont cherché à réaliser cet idéal ont-elles été obligées de limiter le champ de leurs investigations.

L'astronomie, par exemple, confondue tout d'abord avec la météorologie s'en dégage et tente avec les Pythagoriciens d'unir la physique et les mathématiques. Cet effort n'ayant qu'imparfaitement abouti, on voit surgir un divorce entre la mécanique des corps célestes impérissables et celle des corps terrestres soumis à la génération et à la mort. L'astronomie attribue alors aux corps célestes un mouvement circulaire et elle borne son ambition à une représentation géométrique de leur marche dans le ciel. Peu importe du reste que cette représentation soit physiquement réalisable. Il suffit qu'elle rende compte des apparences révélées par les phénomènes célestes. Cela étant, l'axiomatique est satisfaite ; car le mouvement circulaire est le seul mouvement régulier et périodique qui soit logiquement concevable pour un corps abandonné dans l'espace. En effet, si ce corps ne se mouvait pas circulairement, ou bien il partirait par la tangente et s'éloignerait à l'infini, ce qui est impossible dans un univers limité, ou bien il tomberait au centre de l'univers et tout serait immobile, ce qui est contraire aux apparences.

Des remarques analogues s'appliquent à la mécanique. En désirant constituer cette science sur un type axiomatique analogue à celui qui caractérise les *Eléments* d'Euclide, Archimède restreignit ses études à la statique. Ce faisant, il crut trouver dans un principe purement logique, à savoir le principe de symétrie, une base suffisante à la loi du levier et de l'équilibre des corps. S'il n'a pas tenté de fonder la dynamique, c'est probablement par crainte de devoir recourir à une intuition sensible confuse. L'étude d'un corps en mouvement implique les notions de continuité, de divisibilité indéfinie dans le temps et dans l'espace, notions qui restent en un sens réfractaires à la logique.

Aristote fut plus hardi ; mais ses thèses dynamiques sont obscurcies par une idée de la force empruntée à des conceptions biologiques.

Ainsi orientée la science grecque devait fatalement aboutir à une impasse :

Le champ tout d'abord qu'elle assigne aux mathématiques est trop restreint et trop arbitraire, puisque les courbes dites mécaniques en sont exclues. Ensuite et dans les limites ainsi tracées les démonstrations se compliquent de plus en plus par crainte d'un appel direct à l'infini. Sans doute l'emploi indirect de ce dernier offre des avantages inappréciables au point de vue de la rigueur démonstrative ; mais il est d'un maniement difficile et incommode ; il manque de généralité et nécessite dans son application progressive des constructions géométriques de plus en plus compliquées.

Cette défiance vis-à-vis de l'infini, déjà si grande en matière d'intégration, se manifeste encore et surtout en ce qui concerne l'espace géométrique. Les Grecs se sont refusés à concevoir ce dernier comme infini. Par conséquent ils n'ont jamais imaginé comme possible l'existence géométrique de points et de droites rejetés à l'infini. On sait cependant combien ces notions ont vivifié la géométrie moderne ; elles ont rendu possibles des généralisations, des simplifications, dont les Anciens n'avaient aucune idée.

Dans une toute autre direction les sciences physiques et naturelles se trouvaient également arrêtées dans leur développement. En effet la conception finaliste qu'Aristote place à leur base se heurte à une difficulté que M. Brunschvicg souligne avec netteté. La formule aristotélicienne laisse l'esprit indécis entre deux directions contraires : immanence et transcendance. « D'une part, les êtres se développent en réalisant la forme propre qui leur est inhérente, qui est eux-mêmes en ce que leur réalité a d'intime et de spécifique. D'autre part, cette réalisation suppose en chacun d'eux cependant, une aspiration à dépasser son état actuel, qui ne peut pas s'expliquer tout entière sans un attrait vers une fin supérieure et en une certaine mesure extérieure. Le monde des spontanéités vivantes constitue une hiérarchie tournée vers Dieu et dont Dieu lui-même, sans qu'il se tourne vers le monde, est pourtant le principe, le moteur initial. La doctrine de causalité, au point où l'a conduite l'élaboration aristotélicienne, oscille entre deux tendances qui, développées chacune pour soi-même, aboutiraient à deux visions antagonistes de Dieu et de l'univers » (1).

La conception que les Grecs se sont faite de la science axiomatique est certes très remarquable, car elle habitue l'esprit à être très exigeant en matière de preuves et de démonstrations. Elle témoigne cependant d'une prudence et d'une timidité exagérées. Non seulement elle entrave le développement des mathématiques ; mais elle se révèle presque impraticable dans le domaine des sciences physiques, car les bases qu'elle assigne à la recherche scientifique dans ce domaine se trouvent trop étroites pour supporter des notions tirées de l'expérience, comme celles de mouvement, de continuité et de divisibilité indéfinie.

Or ces notions apparaissent inévitablement le jour où la réalité est serrée de plus près. Dès lors un problème capital se pose. Comment les savants de la Renaissance ont-ils réussi à combler le fossé qui pour les Grecs était creusé

(1) *Expérience humaine et causalité physique*, p. 158, Alcan, 1922.

entre la physique et les mathématiques ? Comment sont-ils parvenus à concilier les exigences posées par l'axiomatique grecque avec les données non moins impérieuses de l'expérience ?

A cette question on peut, semble-t-il, répondre en quelques mots de la façon suivante.

La science grecque comporte, comme nous l'avons vu, deux exigences :

1° un enchaînement rigoureux de propositions ;

2° un ensemble de notions qui sert de base à cet enchaînement et dont la vérité logique s'impose à l'esprit.

De ces deux exigences les savants de la Renaissance maintiennent intégralement la première ; mais ils modifient en partie la seconde.

L'enchaînement des propositions dans toute science doit être rigoureux. Sur ce point aucune contestation n'est possible.

Seulement les notions premières (axiomes, définitions) qui servent de base à la déduction raisonnée ne sont pas nécessairement translucides à la logique ; pour être valables, il suffit qu'elles soient constamment vérifiées par l'expérience. Nous ne savons pas, par exemple, ce qu'est le mouvement en soi ; mais si nous pouvons le décomposer en certains éléments mesurables (temps, espace) et si cette décomposition est utile et rend compte des faits observés, nous pouvons l'introduire dans les notions premières.

En procédant de cette manière les savants de la Renaissance ont réussi à constituer une science qui fût à la fois rationnelle et expérimentale. Assouplir les notions mathématiques de manière à les adapter à l'interprétation des faits mécaniques et physiques, créer un type de loi qui tout en permettant des déductions rigoureuses exprime les liaisons réelles des phénomènes, tel a été le but qu'ils ont poursuivi plus ou moins consciemment. La tâche était immense et pour la mener à bien il fallut surmonter des difficultés qui semblaient inextricables.

Ces difficultés vaincues, on put croire que la voie était définitivement ouverte et qu'il suffirait de s'y avancer, sans avoir à craindre de rencontrer des obstacles infranchissables. Et de fait jusqu'au commencement du XXe siècle la conception que s'était faite de la loi scientifique le savant de la Renaissance ne fut pas sérieusement ébranlée. D'après cette conception il existe à la base de toute science des principes à la fois rationnels et expérimentaux qui une fois découverts sont éternellement vrais et ne sauraient se modifier. Par suite, c'est uniquement dans l'application de plus en plus étendue de ces principes que résidera le progrès des sciences dans tous les domaines.

On sait comment la théorie de la relativité énoncée par Einstein et défendue par Langevin est venue ébranler cette manière de voir et mettre en échec certains postulats de la cinématique newtonienne. Chose curieuse, l'abandon partiel des conceptions formulées au XVIe et au XVIIe siècles marque en même temps un retour à plusieurs des positions prises par la science grecque dans l'antiquité ; ce retour est d'autant plus significatif qu'il n'a pas été prémédité. Ce qui est certain en tout cas, ce sont les analogies que l'on peut établir tant au point de vue des hypothèses que des méthodes entre la physique de la relativité et la cosmologie des anciens grecs.

Les premiers philosophes de l'Ionie, par exemple, ne distinguent pas entre un espace vide qui aurait une existence en soi et un fluide matériel (air, eau ou feu) qui le remplirait accidentellement. Pour eux les propriétés physiques de l'espace ne se séparent pas de l'espace comme tel. Dans la physique de la relativité il en va de même, sous une forme, est-il besoin de le dire, infiniment plus complexe et plus justifiée. Ce sont des propriétés gravifiques et électromagnétiques qui en chaque région confèrent à l'espace ses qualités géométriques (courbure, genre possible de triangles, etc.).

Cela étant, il ne peut y avoir un système universel de référence, donné une fois pour toutes, auquel on pourra rapporter l'étude d'un groupe de phénomènes localisé n'importe où dans l'univers. Le système de référence doit être dans chaque cas intrinsèque à ce groupe de phénomènes, étudiés alors par des méthodes qui nécessitent l'emploi du calcul tensoriel et du calcul différentiel absolu. Comme le fait remarquer M. G. Juvet, « la caractéristique de ces méthodes provient de ce qu'elles permettent de faire l'étude d'un être géométrique à un point de vue purement intrinsèque. Les Grecs ne faisaient pas de géométrie autrement ; lorsqu'ils cherchaient les propriétés d'une figure, c'était toujours en scrutant la figure elle-même, considérée en soi et prise indépendamment de tout système de référence » (1). On le voit. Pour la géométrie grecque de même que pour l'algorithme relativiste les relations d'une figure se suffisent à elles-mêmes et, bien qu'elles puissent être étudiées au moyen d'une méthode et de formules universelles, il n'est pas nécessaire de les rapporter à un système de coordonnées qui leur est extérieur comme dans la géométrie cartésienne.

On sait en outre que l'univers de la physique relativiste tout en se prêtant à des considérations infinitistes reste, en vertu de sa courbure, fini dans ses dimensions. Or, ainsi que nous l'avons vu, la thèse finitiste est caractéristique de l'astronomie grecque. Comme nous l'avons signalé également, Empédocle émettait au sujet de l'univers considéré comme fini une idée rappelant celle des étoiles-fantômes ; il déclarait en effet que le soleil n'a pas d'existence propre et qu'il est formé par une simple concentration de rayons lumineux qui, réfléchis sur la terre, sont ensuite arrêtés par la voûte céleste.

Une autre analogie non moins intéressante à marquer est la suivante :

Le théorème dit de Pythagore est à la base des premières

(1) G. Juvet, *Introduction au calcul tensoriel*, A. Blanchard, Paris, 1922.

spéculations de la géométrie grecque ; c'est lui qui fit surgir le problème des incommensurables et qui indirectement donna naissance à la dialectique de Zénon. Or cette dialectique roule essentiellement sur la difficulté que voici : l'espace selon les Grecs est une réalité objective qui est posée comme immobile. Comment dès lors concevoir le rapport d'un objet mobile tel qu'une flèche avec cet espace immobile ?

On sait que la difficulté d'où est née la physique de la relativité et que l'expérience Michelson-Morley a mise en pleine clarté est tout à fait analogue. Une source lumineuse selon qu'elle est immobile ou en mouvement devrait se comporter différemment par rapport à l'éther jugé immobile. Or en fait, semble-t-il, il n'en est rien. Comment expliquer la chose ? C'est ici qu'interviennent la notion d'un intervalle spatio-temporel et l'expression quadratique

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2,$$

laquelle n'est qu'une forme généralisée du théorème de Pythagore.

Sans rechercher quelles sont la portée métaphysique et l'utilisation pratique de cette fusion de l'espace et du temps, un fait capital subsiste. C'est que, envisagée dans son aspect théorique, la Physique de la relativité est une tentative remarquable de constituer une axiomatique en tous points comparable à celle d'Euclide. Seulement cette tentative ne vise pas à fonder le champ d'une mathématique séparée de la réalité ; elle tend à fusionner dans un tout les propriétés géométriques, mécaniques et physiques de l'univers. Evidemment, ainsi que le remarque M. Winter, une pareille axiomatique ne peut avoir la prétention de créer logiquement et *à priori* le monde réel en dehors de toute expérience ; elle ne peut être qu'analytique, c'est-à-dire élaborer le groupe d'axiomes nécessaires et suffisant à l'explication des phénomènes réels (1). Ainsi comprise l'analyse axiomatique cherche

(1) *Revue de Métaphysique et de Morale :* le théorème de Pythagore, p. 23, année 1923.

à substituer aux notions intuitives et expérimentales, souvent confuses, des idées claires et distinctes. Par là elle se trouve prolonger non seulement la méthode de Descartes, mais aussi celle de la science grecque.

Dès lors la conclusion suivante semble s'imposer; en même temps qu'elle retourne aux données immédiates de l'expérience sensible, la physique de la relativité cherche à les axiomatiser et c'est pourquoi elle se rencontre avec les tendances à la fois réaliste et logique des penseurs grecs de l'antiquité.

BIBLIOGRAPHIE

La liste des principales publications relative à l'Egypte et à la Chaldée se trouve dans les ouvrages suivants : G. Jéquier, *Histoire de la civilisation égyptienne*. 2e édit. Payot, Paris 1923. — L. Delaporte, *La Mésopotamie : les civilisations babylonienne et assyrienne*. Bibl. de synthèse historique. Renaissance du Livre. Paris, 1923.

En ce qui concerne la science grecque et romaine, une bibliographie d'ensemble est donnée par L. Laurand, *Manuel des études grecques et latines*. Appendice I, *Les sciences dans l'Antiquité*. Picard, Paris 1923. Pour un exposé systématique plus complet on peut consulter le chapitre que M. Heiberg consacre aux sciences exactes et à la médecine dans l'ouvrage : A. Gercke et E. Norden. *Einleitung in die Altertumswissenschaft II*, 3e édition, Leipzig, Teubner 1922.

Rappelons que l'histoire des sciences dans le passé présente des difficultés toutes spéciales. Etant donné le caractère objectif de leur contenu la tradition omet le plus souvent de mentionner les noms de ceux qui ont fait ou perfectionné telle découverte. Sauf pour les œuvres devenues classiques, à mesure que les sciences progressent, les travaux d'une époque antérieure sont constamment absorbés par les travaux jugés meilleurs d'une époque plus récente. Les premiers disparaissent alors et c'est à peine si leur titre est conservé. Dans ces conditions il reste très délicat de déterminer avec exactitude la date et l'origine des renseignements que nous a transmis la littérature scientifique de l'antiquité. Nous nous bornerons donc à quelques indications seulement.

Histoire des sources. — H. Diels, *Doxographi graeci*. Reimer. Berlin 1879. — J.-L. Heiberg, ouvrage cité. *Einleitung in die Altertumswissenschaft*. — J.-L. Heiberg, *Les sciences grecques et leur transmission*. Scientia vol. XXXI, p. 1 et p. 97. — F. Ueberweg, *Grundriss der Geschichte der Philosophie*,

11e édition, p. 16 et sq. Vol. I, Mittler und Sohn. Berlin 1920. — L. ROBIN, *La pensée grecque et les origines de l'esprit scientifique*. Bibl. de synthèse historique. Renaissance du livre, Paris 1923. Chapitre II, p. 8 et sq.

Ouvrages généraux. — DAREMBERG et SAGLIO, *Dictionnaire des Antiquités grecques et romaines*. Hachette, Paris 1873-1919. — PAULY-WISSOWA, *Real-Encyclopædie der klassischen Altertumswissenschaften*. 2e édit. 1884 en cours de publication, 13 vol. — J.-L. HEIBERG, *Naturwissenschaft und Mathematik im klassischen Altertum*. Leipzig. Teubner, 1912. — G. LORIA, *Le Scienze Esatte nell' Antica Grecia*, 2e édit. Hoepli. Milan, 1914. — TH. GOMPERZ, *Les penseurs de la Grèce*. Traduction Aug. Reymond. Vol. I-III Payot. Lausanne 1904-1910. — P. TANNERY, *Mémoires scientifiques : Sciences exactes dans l'antiquité*. 3 vol. Privat, Toulouse ; Gauthier-Villars, Paris 1912. — G. MILHAUD, *Etudes sur la pensée scientifique chez les Grecs et chez les modernes*. Alcan, Paris 1906. — G. MILHAUD, *Nouvelles études sur l'histoire de la pensée scientifique*. Alcan, Paris 1911.

Période présocratique. — H. DIELS, *Die Fragmente der Vorsokratiker*. Vol. I et II 2e édition. Weidmann, Berlin 1906-1907. — P. TANNERY, *Pour l'histoire de la Science hellène*. Alcan, Paris 1887. — G. MILHAUD, *Les philosophes géomètres de la Grèce. Platon et ses prédécesseurs*. Alcan, Paris 1900. — G. MILHAUD, *Leçons sur les origines de la science grecque*. Alcan, Paris 1893. — J. BURNET, *L'aurore de la philosophie grecque*. Traduction Aug. Reymond. Payot, Paris 1919. — A. RIVAUD, *Le problème du devenir et la notion de matière dans la philosophie grecque depuis les origines jusqu'à Théophraste*. Alcan, Paris 1906.

Sciences mathématiques : Géométrie et arithmétique.

a) ***Ouvrages modernes.*** — M. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*. Vol. I, 3e édition, Teubner, Leipzig 1894. — H.-G. ZEUTHEN, *Histoire des mathématiques dans l'antiquité et le moyen âge*. Traduction Jean Mascart. Gauthier-Villars, Paris 1902. — H.-G. ZEUTHEN, *Die mathematischen Wissenschaften* (Kultur der Gegenwart III, Abt. I, 1). Teubner, Leipzig 1912. — T.-L. HEATH, *A history of Greek mathematics*. 2 vol. Clarendon Press. Oxford, 1921. — W.-W. ROUSE BALL, *Histoire des mathématiques*. Traduction L. Freund, 2 vol. Hermann, Paris 1906. — M. MARIE, *Histoire des sciences*

mathématiques et physiques. 12 vol. Gauthier-Villars, Paris 1883-1888. — J.-F. Montucla, *Histoire des mathématiques.* 4 vol. Agasse, Paris 1799-1802. — P. Tannery, *La géométrie grecque.* Gauthier-Villars, Paris 1887. — P. Boutroux, *Les principes de l'analyse mathématique, exposé historique et critique.* 2 vol. Hermann, Paris 1914. — P. Boutroux, *L'idéal scientifique des mathématiciens.* Alcan, Paris 1920. — M. Chasles, *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie.* 2e édit. Gauthier-Villars, Paris 1875. — L. Brunschvicg, *Les étapes de la philosophie mathématique.* Alcan, Paris 1912.

b) **Auteurs anciens.** — *Géométrie.* — L'histoire de la géométrie a été transmise, par Eudème (L. Spengel, *Eudemii Rhodii Peripatetici fragmenta*, Berlin 1866. — F.-S.-A. Mullach, *Fragmenta philosophorum graecorum*, vol. II p. 266. Didot, Paris 1883) et par Proclus (G. Friedlein, *In primum Euclidis Elementorum librum Procli commentarii.* Teubner, Leipzig 1873). De nombreux renseignements se trouvent en outre dans les ouvrages de Pappus.

Euclide : Texte grec et latin. 8 vol. [*Elementa* édités par J.-H. Heiberg, 5 vol. 1883-88. *Data* par H. Menge, 1896. *Optica et catoptrica* par J.-L. Heiberg, 1895. *Phænomena et scripta musica*, par H. Menge ; *Fragmenta* par J.-H. Heiberg, 1916. Teubner, Leipzig.]

Archimède : Texte grec et latin. 2e édition, par J.-L. Heiberg, 1910. 3 vol. Teubner, Leipzig. — *Les Œuvres complètes d'Archimède*, traduites en français par Paul Ver Eecke. Desclée de Brouwer et Cie Paris, Bruxelles 1921. — *The works of Archimedes*, edited in modern notation with introductory Chapters by T.-L. Heath. University Press. Cambridge 1897.

Apollonius : Texte grec et latin *Libri I-IV cum commentariis antiquis*, 2 vol. par J.-L. Heiberg 1891-93. Teubner, Leipzig.

Pappus Alexandrinus, *Collectio*, texte grec et latin, édité par F. Hultsch 1876-78. 3 vol. Weidmann, Berlin

Arithmétique. — Sur l'histoire de cette discipline nous ne possédons que quelques renseignements contenus dans les livres VII-IX des Eléments d'Euclide. — Nicomaque, *Introductio arithmetica*, texte grec par R. Hoche, 1866. — Théon de Smyrne. *Expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium*, texte grec par E. Hiller, 1878. Teubner, Leipzig. — Jamblique, *In Nicomachi arithm. introd.* Texte grec par E. Pistelli, 1894. Teubner, Leipzig. — Jamblique, *De communi mathematica scientia*, texte grec par N. Festa, 1891. Teubner, Leipzig. — Diophante, Texte grec et latin, édité par P. Tannery, 2 vol. 1893-95. Teubner,

Leipzig. — Boèce, *Institutio arithmetica et institutio musica,* édité par G. Friedlein, 1867. Teubner, Leipzig.

Physique et Mécanique. — Parmi les auteurs modernes consulter : F. Rosenberger, *Die Geschichte der Physik in Grundzügen,* vol. I. Braunschweig 1882. — A. Heller, *Geschichte der Physik von Aristoteles bis auf die neueste Zeit,* vol. I. Stuttgart 1882. — H. Diels, *Antike Technik,* 2e édit. Teubner, Leipzig 1920. — A. de Rochas, *La science des philosophes et l'art des thaumaturges dans l'antiquité.* Dorbon, Paris. — L. Robin, *Etude sur la signification et la place de la physique dans la philosophie de Platon.* Alcan, Paris 1919. — A. Mansion, *Introduction à la physique aristotélicienne.* Louvain 1913. — G. Rodier, *La physique de Straton de Lampsaque.* Alcan, Paris 1890. — H. Diels, *Ueber das physikalische System des Straton.* Sitzungs Berichte Berlin. Akad. 1893, p. 101. — E. Jouguet, *Lectures de mécanique,* 2 vol. Gauthier-Villars, Paris 1908-09. — P. Duhem, *Les origines de la statique* 2 vol. Hermann, Paris 1905-06. — H. Carteron, *La notion de force dans le système d'Aristote.* Vrin, Paris 1924. Ce savant ouvrage paru au moment où le nôtre s'imprimait, souligne la nature métaphysique et scientifiquement inutilisable des propositions mécaniques formulées par Aristote.

Héron d'Alexandrie est pour la mécanique théorique et pratique notre source principale. 5 vol. [*Pneumatica et automata,* texte grec-allemand, par W. Schmidt, 1899. — *Mechanica* arabe-allemand *et Catoptrica,* grec-allemand, par L. Nix et W. Schmidt, 1900 — *Rationes dimetiendi et commentatio dioptrica,* grec-allemand, par H. Schone, 1903. — *Définitiones,* grec-allemand par J.-L. Heiberg, 1912. — *Stereometrica et de mensuris,* grec-allemand par J.-L. Heiberg, 1914] Teubner, Leipzig. — Archimède : Ses travaux mécaniques se trouvent dans le vol. II de ses œuvres.

Astronomie. — a) *Auteurs modernes.* — J.-B. Delambre, *Histoire de l'astronomie ancienne,* 1817. — P. Tannery, *Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne.* Paris, 1893. — E. Doublet, *Histoire de l'astronomie.* Doin, Paris 1922. (On trouvera dans cet ouvrage une excellente appréciation sur la vie et les œuvres des historiens de l'astronomie : Weidler, Bailly, Lalande, Delambre, Montucla, Bossut, Biot, P. Tannery, P. Duhem.) — G.-V. Schiaparelli, *I precursori di Copernico nell' antichita.* Hoepli, Milan 1873. *Le sfere omocentriche di Eudosso, di Calippo e di Aristotele,* 1875. — P. Duhem, *Le système du monde. Histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernic,* 5 vol. Hermann, Paris 1913-1917.

J Sageret, *Le système du monde. Des Chaldéens à Newton.* Alcan, Paris 1913. — G. Bigourdan, *l'Astronomie.* Flammarion, Paris 1917. — J. Hartmann, *Astronomie* (*Die Kultur der Gegenwart III*, 3. 3). Teubner, Leipzig 1921.

b) *Auteurs anciens.* — Les renseignements concernant l'histoire de l'astronomie se trouvent surtout dans Eudème (édition L. Spengel, Berlin 1866. — G.-A. Mullach, *Fragmenta phil. graecorum*, vol. III p. 276) et dans Aristote, *De caelo* II, 12, comme aussi dans Simplicius, les *Commentaires de Simplicius à la physique d'Aristote.*

Autolycus, *De sphaera quae movetur ; de ortibus et occasibus*, édité par F. Hultsch 1885. Teubner, Leipzig. — Hipparque, *In Arati et Eudoxi phaenomena commentarii*, texte grec-allemand édité par C. Manitius 1894, Teubner, Leipzig. — Cleomede, *De motu circulari corporum caelestium*, texte grec-latin édité par H. Ziegler 1891. Teubner, Leipzig. — Geminus, *Elementa astronomiae*, texte grec-allemand édité par C. Manitius 1898. Teubner, Leipzig. — Ptolémée, *Syntaxis mathematica*, 2 vol. texte grec par J.-L. Heiberg 1898-1903. *Opera astronomica minora*, texte grec et texte grec-allemand pour certaines parties, par J.-L. Heiberg, 1908. Teubner, Leipzig.

Proclus, *Hypotyposis astronomicarum positionum*, texte grec-allemand édité par C. Manitius 1909. Teubner, Leipzig.

Sur l'*Astrologie* consulter A. Bouché-Leclerq, *l'Astrologie grecque*, Paris 1899. — Firmicus Maternus, *Matheseos*, texte latin édité par W. Kroll, F. Skutsch et K. Ziegler 1897. Leipzig, Teubner. — Manilius, *Astronomica*, texte latin par T. van Wageningen, 1915. Leipzig, Teubner. — *Catalogus codicum astrologorum graecorum*, par F. Boll, F. Cumont, etc., en cours de publication, 8 vol. parus. Bruxelles 1898-1911.

Géographie. — Eratosthène, *Geograph. fragm.* édités par H. Berger, 1880. — Hipparque, *Geograph. fragm.* édités par le même, 1869 Teubner, Leipzig. — Strabon, *Geographica*, texte édité par A. Meinecke, 1866. Teubner, Leipzig. — A consulter H. Berger, *Die Geschichte der wissenschaftlichen Erdkunde der Griechen*, 2e édit. 1903, Leipzig.

Chimie. — Pour les textes voir *Collection des anciens Alchimistes grecs*, 3 vol. par M. Berthelot et C. Ruelle. Steinheil, Paris 1888 — M. Berthelot, *Introduction à l'étude de la chimie des anciens et du moyen âge.* Steinheil, Paris 1889. — M. Delacre. *Histoire de la chimie*, Gauthier-Villars, Paris 1920. — H. Diels, *Antike Technik*, 2e édit. Teubner, Leipzig 1920.

Sciences naturelles. — Etude d'ensemble, V. HEHN, *Kulturpflanzen und Haustiere in ihrem Uebergang aus Asien nach Griechenland und Italien*, 8e édit. par O. Schrader Borntraeger. Berlin, 1911.

Zoologie. — ARISTOTE, *Opera omnia*, Academia regia borussica. Vol. 1 et 2, texte grec ; vol. 3, traduction latine ; vol. 4, *Scholies ;* vol. 5, *Fragments scholies, Index*. Reimer, Berlin 1831-1870. — ÆLIANUS, *De natura animalium*, 2 vol. Texte édité par R. Hercher 1864. Teubner, Leipzig.

A consulter : V. CARUS, *Histoire de la zoologie*, trad. française. Baillière, Paris 1880. — E. PERRIER, *La philosophie zoologique avant Darwin*, 3e édit. Alcan, Paris 1896.

Botanique. — THÉOPHRASTE, *De plantarum historia ; de plantarum causa*, par F. Wimmer, 3 vol. Teubner, Leipzig 1854. — DIOSCORIDE, *De materia medica*, par M. Wellmann. Berlin, 1906 2 volumes parus.

Médecine. — Un disciple immédiat d'Aristote, MÉNON, écrivit une histoire de la médecine dont les fragments ont été édités par H. Diels, *Sup. Aristo.* vol. III, Berlin 1893. — Dans les temps modernes consulter : L. MEUNIER, *Histoire de la médecine*. Paris, Baillière 1911. — TH. PUSCHMANN, M. NEUBURGER, J. PAGEL : *Handbuch der Geschichte der Medizin*. Fischer, Iena 1902, vol. I (médecine grecque par R. Fuchs ; médecine romaine par Iw. Bloch).

Les textes des auteurs ne sont pas encore établis avec tout le soin philologique désirable (voir sur ces lacunes J.-L. HEIBERG, ouvr. cité : *Einleitung in die Altertumswiss*, p. 413). — Une revision des œuvres d'HIPPOCRATE a été entreprise par H. Kuehlewein et I. Ilberg. Teubner, Leipzig. 2 vol. parus. — En attendant l'édition de Littré avec traduction française reste la meilleure source. 10 vol. Baillière, Paris 1839-61.

GALIEN, *Scripta minora*. Texte grec édité par J. Marquardt, I. Müller, G. Helmreich. Teubner, Leipzig 1884-1893. — C. CELSUS, *De médecine*, édité par C. Daremberg. Teubner, Leipzig 1891. — SORANUS, *Gynaecia*. Ancienne traduction latine et texte grec, par W. Rose. Teubner, Leipzig 1882. — RUFUS, d'Ephèse. Texte grec et français, édité par Ch. Daremberg et E. Ruelle. Baillière, Paris 1854-56. — Une grande édition des médecins grecs et romains est en cours de publication chez Teubner, Leipzig. *Corpus medicorum graecorum ; corpus medicorum latinorum*.

LISTE DES PRINCIPAUX OUVRAGES CITÉS

1. BERTHELOT (M.). — *Introduction à la chimie des Anciens et du Moyen Age.* Steinheil, Paris 1889

2. BIGOURDAN (G.). — *L'Astronomie. Evolution des idées et des méthodes.* Flammarion, Paris 1911.

3. BOUTROUX (P.). — *Les principes de l'analyse mathématique, exposé historique et critique.* 2 vol. Hermann, Paris 1914.

4. BOUTROUX (P.). — *L'idéal scientifique des mathématiciens.* Alcan, Paris 1920.

5. BOUTROUX (P.). — *Les mathématiques.* Albin Michel, Paris, 1922.

6. BOYER (J.). — *Histoire des mathématiques.* Carré et Naud, Paris 1900.

7. BRUNSCHVICG (L.). — *Les étapes de la philosophie mathématique.* Alcan, Paris 1912.

8. BURNET (J.). — *L'aurore de la philosophie grecque.* Traduction Aug. Reymond. Payot, Paris 1919.

9. CANTOR (M.). — *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik.* Vol. I, 2[e] édit. Teubner, Leipzig 1894.

10. DIELS (H.). — *Antike Technik.* Teubner, Leipzig 1914.

11. DUHEM (P.). — *Les origines de la statique.* 2 vol. Hermann, Paris 1905-1906.

12. DUHEM (P.). — Σωζειν τα φαινομενα. *Essai sur la notion de théorie physique de Platon à Galilée.* Hermann, Paris 1908.

13. DUHEM (P.). — *Le système du monde. Histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernic.* 5 vol. Hermann, Paris 1913-1917.

14. GOMPERZ (TH.). — *Les penseurs de la Grèce.* Traduction Aug. Reymond. 3 vol. Payot, Lausanne 1904-1910.

15. HEIBERG (J.-L.). — *Naturwissenschaften und Mathematik im klassischen Alterthum.* Teubner, Leipzig, 1912.

16. JOUGUET (E.). — *Lectures de mécanique.* 2 vol. Gauthier-Villars, Paris 1908-1909.

17. LORIA (G.). — *Le Scienze esatte nell' Antica Grecia.* 2e édit. Hoepli, Milan 1914.

18. MASPERO (G.). — *Histoire ancienne des peuples de l'Orient.* 3e édit. Hachette, Paris.

19. MASPERO (G.). — *Lectures historiques.* 4e édit. Hachette, Paris, 1905.

20. MILHAUD (G.). — *Les philosophes géomètres de la Grèce. Platon et ses prédécesseurs.* Alcan, Paris 1900.

21. MILHAUD (G.). — *Etudes sur la pensée scientifique chez les Grecs et chez les modernes.* Alcan, Paris 1906.

22. MILHAUD (G.). — *Nouvelles études sur l'histoire de la pensée scientifique.* Alcan, Paris 1911.

22 *bis.* ROBIN (L.). — *La pensée grecque et les origines de l'esprit scientifique.* Renaissance du Livre. Paris 1923.

23. ROUSE BALL (W). — *Histoire des mathématiques.* Traduite par L. Freund. 2 vol. Hermann, Paris 1906.

24. SAGERET (J.). — *Le système du monde.* Alcan, Paris 1913.

25. TANNERY (P.). — *Pour l'histoire de la science hellène.* Alcan, Paris 1887.

26. TANNERY (P.). — *La géométrie grecque, comment son histoire nous est parvenue et ce que nous en savons.* Gauthier-Villars, Paris 1887.

27. TANNERY (P.). — *Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne.* Gauthier-Villars, Paris 1893.

28. TANNERY (P.). — *Mémoires scientifiques.* 3 vol. Toulouse et Gauthier-Villars, Paris 1912.

29. ZEUTHEN (H.-G.). — *Histoire des mathématiques dans l'antiquité et le moyen âge.* Traduction J. Mascart. Gauthier-Villars 1902.

30. ZEUTHEN (H.-G.). — *Die mathematischen Wissenschaften* (*Kultur der Gegenwart* III, Abt I, 1). Teubner, Leipzig 1912.

Textes des auteurs grecs et latins : *Bibliotheca Teubneriana.* Teubner, Leipzig. — Editions spéciales. H. DIELS, *Doxographi graeci.* Reimer, Berlin 1879. — H. DIELS, *Die Fragmente der Vorsokratiker,* 2e édition. Weidmann, Berlin 1906. — ARISTOTELIS OPERA, 5 vol. Edition académique de Berlin. Reimer, Berlin 1831. — PAPPI ALEXANDRINI, *Collectionis quae supersunt.* Edition F. Hultsch, 3 vol. Weidmann, Berlin 1876.

INDEX

TABLE DES MATIERES

BAR-LE-DUC. — IMPRIMERIE COMTE-JACQUET.